BOSTON
PUBLIC
LIBRARY

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBRI XV. GRÆcè & Latinè,

Quibus, cùm ad omnem Mathematicæ ſcientiæ partem, tùm ad quamlibet Geometriæ tractationem, facilis comparatur aditus.

Ἐπίγραμμα παλαιόν.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε.
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.



LVTETIAE,
Apud Gulielmum Cauellat, in pingui Gallina, ex aduerſo collegij Cameracenſis.
1558.

AD CANDIDVM LECTOREM ST. GRACILIS Præfatio.

PERMAGNI referre ſemper exiſtimaui, lector beneuole, quantum quiſque ſtudij & diligentiæ ad percipienda ſcientiarum elemẽta adhibeat, quibus non ſatis cognitis, aut perperam intellectis, ſi vel digitum progredi tentes, erroris caliginem animis offundas, non veritatis lucem rebus obſcuris adferas. Sed principiorum quanta ſint in diſciplinis momenta, haud facilè credat, qui rerum naturam ipſa ſpecie, non viribus metiatur. Vt enim corporũ quæ oriuntur & intereunt, viliſſima tenuiſſimáque vidẽtur initia: ita rerum æternarum & admirabiliũ, quibus nobiliſſimæ artes continentur, elementa ad ſpeciem ſunt exilia, ad vires & facultatẽ quàm maxima. Quis non videt ex fici tantulo grano, vt ait Tullius, aut ex acino vinaceo, aut ex cæterarum frugum aut ſtirpium minutiſſimis ſe-

minibus tantos truncos ramoſque proceari? Nā Mathematicorū initia illa quidē dictu audituq; perexigua, quantam theωrematum ſyluam nobis pepererunt? Ex quo intelligi poteſt, vt in ipſis ſeminibus, ſic & in artiū principiis ineſſe vim earum rerum, quæ ex his progignuntur. Præclarè igitur Ariſtoteles, vt alia permulta, μέγιστον ἴσως ἀρχὴ παντὸς, καὶ ὅσῳ κράτιστον τῇ δυνάμει, τοσούτῳ μικρότατον ὂν τῷ μεγέθει χαλεπόν ἐστιν ὀφθῆναι. *Quocirca committendum non eſt, vt nō bene prouiſa & diligenter explorata ſcientiarum principia, quibus propoſitarum quarumq; rerum veritas ſit demonſtranda, vel conſtituas, vel conſtituta approbes. Cauendū etiā, vt ne tantulum quidem fallaci & captioſa interpretatione turpiter deceptus, à vera principiorum ratione temere deflectas. Nam qui initio fortè aberrauerit, is vt tandem in maximis verſetur erroribus neceſſe eſt: cùm ex vno erroris capite denſiores ſenſim tenebræ rebus clariſſimis obducantur. Quid tam varias veterum phyſiologorū ſententias non modò cum rerum veritate pugnātes, ſed vehementer etiam inter ſe diſſentientes nobis inuexit? Equidem haud ſcio fueritne vlla potior tanti diſsidij cauſa, quàm quòd ex principiis partim falſis partim non conſentaneis du-*

ctas rationes probando adhiberent. Fit enim plerunque, vt qui non rectè de artium rerúmque elementis ſentiunt, ad præfinitas quaſdam opiniones ſuas omnia reuocare ſtudeant. Pythagorei, vt meminit Ariſtoteles, cùm denarij numeri ſummam perfectionem cælo tribuerent, nec plures tamen quàm nouem ſphæras cernerent, decimam affingere auſi ſunt terræ aduerſam, quam ἀντίχθονα appellarunt. Illi enim vniuerſitatis rerúmque ſingularũ naturam ex numeris ceu principiis æſtimantes, ea protulerunt quæ φαινομένοις congruere nuſquam ſunt cognita. Nam ridicula Democriti, Anaximenis, Meliſſi, Anaxagoræ, Anaximandri, & reliquorum id genus phyſiologorum ſomnia, ex falſis illa quidem orta naturæ principiis, ſed ad Mathematicum nihil aut parum ſpectantia, ſciens prætereo. Nonnullos attingã, qui repetitis altius, vel aliter ac decuit poſitis rerum initiis, cùm in phyſicis multa turbarunt, tùm Mathematicos oppugnatione principiorum peſſimè mulctarunt. Ex planis figuris corpora conſtituit Timæus: Geometrarum hîc quidem principia cuniculis oppugnãtur. Nã & ſuperficies ſeu extremitates craſſitudinẽ habebunt, & lineæ latitudinem: denique pũcta nõ erunt indiuidua, ſed linearum partes. Prædicãt

Democritus atq; Leucippus illas atomos ſuas, & indiuidua corpuſcula. Concedit Xenocrates impartibiles quaſdã magnitudines. Hîc verò Geometriæ fundamenta apertè petuntur, & funditus euertuntur: quibus dirutis nihil equidem aliud video reſtare, quàm vt ampliſsima Mathematicorum theatra repente concidant. Iacebũt ergo, ſi diis placet, tot præclara Geometrarum de aſymmetris & alogis magnitudinibus theωremata. Quid enim cauſæ dicas cur indiuidua linea hanc quidem metiatur, illam verò metiri nõ queat? Siquidem quod minimum in vnoquoque genere reperitur, id communis omnium menſura eſſe ſolet. Innumerabilia profectò ſunt illa, quæ ex falſis eiuſmodi decretis abſurda cõſequuntur: & horum permulta quidem Mathematicus, ſed longè plura colligit Phyſicus. Quid varia ψευδογραφημάτων genera commemorẽ, quæ ex hoc vno fonte tam longè latéque diffuſa fluxiſſe videntur? Notiſsimus eſt Antiphontis tetragωniſmus, qui Geometrarum & ipſe principia non parum labefecit, cùm rectæ lineæ curuam poſuit æqualem. Lõgum eſſet mihi ſingula percenſere, præſertim ad alia properanti. Hoc ergo certum, fixum & in perpetuum ratum eſſe oportet, quod ſapienter monet Ariſtoteles, ὡς οὐδὲν ἐστὶν ὅπως ὁ-

ϱιθῶσι καλῶς αἱ ἀρχαί. μεγάλην γὰρ ἔχουσι ῥοπὴν πρὸς ἑπόμενα. *Nam principiis illa congruere debent, quæ ſequuntur. Quòd ſi tantum perſpicitur in iſtis exilioribus Geometriæ initiis, quæ puncto, linea, ſuperficie definiũtur, momentum, vt ne hæc quidem ſine ſummo impendentis ruinæ periculo conuelli aut oppugnari poſſint: quanta quæſo vis putanda eſt huius* στοιχειώσεως, *quã collatis tot præſtantiſſimorum artificum inuentis, mira quadam ordinis ſolertia contexuit Euclides, vniuerſæ Matheſεως elementa complexu ſuo coercentem? Vt igitur omnibus rebus inſtructior & paratior quiſque ad hoc ſtudiũ libẽtius accedat, & ſingula vel minutiſſima exactius ſecum reputet atque perdiſcat, operæpreciũ cẽſui in primo inſtitutionis aditu veſtibulóque præcipua quædam capita, quibus tota ferè Mathematicæ ſcientiæ ratio intelligatur, breuiter explicare: tum ea quæ ſunt Geometriæ propria, diligenter perſequi: Euclidis denique in extruenda hac* στοιχειώσει *conſiliũ ſedulò ac fideliter exponere. Quæ ferè omnia ex Ariſtotelis potiſſimũ ducta fontibus, nemini inuiſa fore cõfido, qui modò ingenuũ animi candorem ad legendum attulerit. Ac de Mathematicæ diuiſione primũ dicamus.*

Mathematicæ in primis ſcientiæ ſtudioſos

fuiſſe Pythagoreos, non modò hiſtoricorum, ſed etiam philoſophorum libri declarant. His ergo placuit, vt in partes quatuor vniuerſum diſtribuatur Mathematicæ ſciẽtiæ genus, quarũ duas περὶ τὸ ποσὸν, reliquas περὶ τὸ πηλίκον verſari ſtatuerunt. Nam & τὸ ποσὸν vel ſine vlla comparatione ipſum per ſe cognoſci, vel certa quadã ratione comparatum ſpectari: in illo Arithmeticam, in hoc verſari Muſicam: & τὸ πηλίκον partim quieſcere, partim moueri quidem: illud Geometriæ propoſitum eſſe: quod verò ſua ſponte motu cietur, Aſtronomiæ. Sed ne quis falsò putet Mathematicam ſcientiam, quòd in vtroque quanti genere cernitur, idcirco inanem videri (ſi quidem non ſolùm magnitudinis diuiſio, ſed etiam multitudinis accretio infinitè progredi poteſt) meminiſſe decet, τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν, quæ ſubiecto Mathematicæ generi impoſita ſunt à Pythagoreis nomina, non cuiuſcũque modi quãtitatem ſignificare, ſed eam demũ, quæ tùm multitudine tùm magnitudine ſit definita, et ſuis circunſcripta terminis. Quis enim vllã infiniti ſciẽtiã defendat? Hoc ſcitũ eſt, quod non ſemel docet Ariſtoteles, infinitum ne cogitatione quidẽ complecti quenquã poſſe. Itaque ex infinita multitudinis & magnitudinis δυνάμεως, finitam hæc

ſcientia decerpit & amplectitur naturam, quã tractet, & in qua verſetur. Nã de vulgari Geometrarum conſuetudine quid ſentiendum ſit, cũ data interdum magnitudine infinita aut fabricantur aliquid, aut proprias generis ſubiecti affectiones exquirunt, diſertè monet Ariſtoteles, οὐδὲ νῦν *(de Mathematicis loquens)* δέονται τοῦ ἀπείρου, οὐδὲ χρῶνται, ἀλλὰ μόνον εἶναι ὅσην ἂν βούλωνται, πεπερασμένην. *Quamobrem diſputatio ea qua infinitum refellitur, Mathematicorum decretis rationibuſque non aduerſatur, nec eorũ apodixes labefacit. Etenim tali infinito opus illis nequaquã eſt, quod exitu nullo peragrari poſſit, nec talem ponunt infinitam magnitudinem: ſed quantamcunque velit aliquis effingere, ea vt ſuppetat, infinitam præcipiunt. Quinetiã nõ non modò immenſa magnitudine opus non habent Mathematici, ſed ne maxima quidem: cùm inſtar maximæ minima quæque in partes totidẽ pari ratione diuidi queat. Alteram Mathematicæ diuiſionem attulit Geminus, vir (quantum ex Proclo coniicere licet)* μαθημάτων *laude clariſſimus. Eam, quæ ſuperiore plenior & accurratior fortè viſa eſt, cùm doctiſſimè pertractarit ſua in decimũ Euclidis præfatione P. Mõtaureus vir ſenatorius, et regiæ bibliothecæ præ-*

fectus, leuiter attingam. Nam ex duobus rerum velut ſummis generibus, τῶν νοητῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, quæ res ſub intelligentiã cadunt, Arithmeticæ & Geometriæ attribuit Geminus: quæ vero in ſenſus incurrunt, Aſtrologiæ, Muſicæ, Supputatirci, Opticæ, Geodæſiæ & Mechanicæ adiudicauit. Ad hanc certè diuiſionem ſpectaſſe videtur Ariſtoteles, cùm Aſtrologiam, Opticam, harmonicam φυσικωτέρας τῶν μαθημάτων nominat, vt quæ naturalibus & Mathematicis interiectæ ſint, ac velut ex vtriſq; mixtæ diſciplinæ: Siquidem genera ſubiecta à Phyſicis mutuantur, cauſas verò in demoſtrationibus ex ſuperiore aliqua ſcientia repetunt. Id quod Ariſtoteles ipſe apertiſsimè teſtatur, ἐνταῦθα γάρ, φησί, τὸ μὲν ὅτι, τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι, τῶν μαθηματικῶν. Sequitur, vt quid Mathematicæ conueniat cum Phyſica & prima Philoſophia: quid ipſa ab vtraque differat, paucis oſtẽdamus. Illud quidem omnium commune eſt, quòd in veri contemplatione ſunt poſitæ, ob idque θεωρητικαὶ à Græcis dicuntur. Nam cùm διάνοια ſiue ratio & mens omnis ſit vel πρακτική, vel ποιητική, vel θεωρητική, totidem ſcientiarũ ſint genera neceſſe eſt. Quòd ſi Phyſica, Mathematica, & prima Philoſophia, nec in agendo, nec in ef-

ficiendo ſunt occupatæ, hoc certè perſpicuum eſt, eas omnes in cognitione contemplationéque neceſſariò verſari. Cùm enim rerum non modò agendarum, ſed etiam efficiẽdarum principia in agente vel efficiente conſiſtant, illarum quidem προαίρεσις, harum autem vel mens, vel ars, vel vis quædam & facultas: rerum profectò naturalium, Mathematicarum, atque diuinarũ principia in rebus ipſis, nõ in philoſophis incluſa latent. Atque hæc vna in omnes valet ratio, quæ θεωρητικὰς eſſe colligat. Iam verò Mathematica ſeparatim cum Phyſica congruit, quòd vtraque verſatur in cognitione formarum corpori naturali inhærentium. Nam Mathematicus plana, ſolida, longitudines & puncta cõtemplatur, quæ omnia in corpore naturali à naturali quoque philoſopho tractantur. Mathematica item & prima philoſophia hoc inter ſe propriè conueniunt, quòd cognitionem vtraque perſequitur formarũ, quoad immobiles, & à cõcretione materiæ ſunt liberæ. Nã tametſi Mathematicæ formæ re vera per ſe non cohærent, cogitatione tamen à materia & motu ſeparantur, οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων, vt ait Ariſtoteles. De cognatione & ſocietate breuiter diximus. Iã quid interſit, videamus. Vnaquæque mathematicarũ

certum quoddam rerum genus propoſitũ habet, in quo verſetur, vt Geometria quãtitatem & continuationem aliorum in vnam partem, aliorum in duas, quorundam in tres: eorumque quatenus quanta ſunt & continua, affectiones cognoſcit. Prima autem philoſophia, cùm ſit omnium cõmunis, vniuerſum Entis genus, quæque ei accidunt & conueniunt hoc ipſo quòd eſt, conſyderat. Ad hæc, Mathematica eam modò naturam amplectitur, quæ quanquam non mouetur, ſeparari tamen ſeiungique niſi mente & cogitatione à materia non poteſt, ob eamque cauſam ἐξ ἀφαιρέσεως dici cõſueuit. Sed Prima philoſophia in iis verſatur, quæ & ſeiũcta, & æterna, & ab omni motu per ſe ſoluta ſunt ac libera. Cæterùm Phyſica & Mathematica quãquã ſubiecto diſcrepare non videntur, modo tamen rationéque differunt cognitionis & contemplationis, vnde diſsimilitudo quoque ſcientiarũ ſequitur. Etenim mathematicæ ſpecies nihil re vera ſunt aliud, quàm corporis naturalis extremitates, quas cogitatione ab omni motu & materia ſeparatas Mathematicus contemplatur: ſed eaſdem conſectatur phyſicorum ars, quatenus cum materia comprehenſæ ſunt, & corpora motui obnoxia circunſcribunt. Ex quo fit, vt quæcun-

que in Mathematicis incommoditates accidunt, eædem etiam in naturalibus rebus videātur accidere, non autē viciſsim. Multa enim in naturalibus ſequuntur incōmoda, quæ nihil ad Mathematicum attinent, διὰ τὸ, *inquit Ariſtoteles,* τὰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως λέγεται, τὰ μαθηματικὰ, τὰ δὲ φυσικὰ ἐκ προσθέσεως. *Siquidem res cū materia deuinctas contemplatur phyſicus: Mathematicus verò rem cognoſcit circunſcriptis iis omnibus quæ ſenſu percipiuntur, vt grauitate, leuitate, duritie, mollitie, & præterea calore, frigore, aliíſque contrariorum paribus quæ ſub ſenſum ſubiecta ſunt: tantùm autem relinquit quātitatem & continuum. Itaque Mathematicorū ars in iis quæ immobilia ſunt, cernitur (*τὰ γὰρ μαθηματικὰ τῶν ὄντων ἄνευ κινήσεώς ἐστιν, ἔξω τῶν περὶ τὴν ἀστρολογίαν*) quæ verò in naturæ obſcuritate poſita eſt, res quidem quæ nec ſeparari nec motu vacare poſſunt contemplatur. Id quod in vtroque ſcientiæ genere perſpicuum eſſe poteſt, ſiue res ſubiectas definias, ſiue proprietates earum demonſtres. Etenim numerus, linea, figura, rectum, inflexum, æquale, rotundum, vniuerſa denique Mathematicus quæ tractat & profitetur, abſque motu explicari docerique poſſunt:* χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι: *Phyſicæ*

autem ſine motione ſpecies nequaquam poſſunt intelligi. Quis enim, hominis, plãtæ, ignis, oſſiũ, carnis naturã & proprietates ſine motu qui materiam ſequitur, perſpiciat? Siquidem tantiſper ſubſtantia quæque naturalis conſtare dici ſolet, quoad opus & munus ſuum, agẽdo patiendóque tueri ac ſuſtinere valeat: qua certè amiſſa δυνά-μει, ne nomen quidem niſi ὁμωνύμως retinet. Sed Mathematico ad explicandas circuli aut trianguli proprietates, nullũ adferre poteſt vſum, materiæ vt auri, ligni, ferri, in qua inſunt, cõſideratio: quin eò verius eiuſmodi rerũ, quarum ſpecies tanquã materia vacantes efformemus animo, naturam complectemur, quòd coniunctione materiæ quaſi adulterari deprauaríque videntur. Quocirca Mathematicæ ſpecies eodem modo quo κοιλὸν, ſiue concauitas, ſine motu & ſubiecto definitione explicari cognoſcique poſſunt: naturales verò cùm eam vim habeant, quã, vt ita dicam, ſimitas, cum materia comprehenſæ ſunt, nec abſque ea ſeparatim poſſunt intelligi: quibus exemplis quid inter Phyſicas & Mathematicas ſpecies interſit, haud difficile eſt animaduertere. Illis certè non ſemel eſt vſus Ariſtoteles. Valeant ergo Protagoræ ſophiſmata, Geometras hoc nomine refellentis, quòd circulus normam pun-

cto non attingat. Nam diuina Geometrarũ theo-remata qui ſenſu æſtimabit, vix quicquam reperiet quod Geometræ concedendum videatur. Quid enim ex his quæ ſenſum mouent, ita rectũ aut rotũdum dici poteſt, vt à Geometra ponitur? Nec verò abſurdum eſt aut vitioſum, quòd lineas in puluere deſcriptas pro rectis aut rotundis aſſumit, quæ nec rectæ ſunt nec rotundæ, ac ne latitudinis quidem expertes. Siquidẽ nõ iis vtitur geometra quaſi inde vim habeat concluſio, ſed eorum quæ diſcenti intelligenda relinquuntur, rudem ceu imaginem proponit. Nam qui primùm inſtituuntur, hi ductu quodam & velut χειραγωγίᾳ ſenſuum opus habẽt, vt ad illa quæ ſola intelligentia percipiuntur, aditum ſibi comparare queant. Sed tamen exiſtimandum nõ eſt rebus Mathematicis omnino negari materiã, ac nõ eã tantùm quæ ſenſum afficit. Eſt enim materia alia quæ ſub ſenſum cadit, alia quæ animo & ratione intelligitur. Illam αἰσθητὴν, hanc νοητὴν vocat Ariſtoteles. Senſu percipitur, vt æs, vt lignũ, omniſque materia quæ moueri poteſt. Animo & ratione cernitur ea quæ in rebus ſenſilibus ineſt, ſed nõ quatenus ſenſu percipiũtur, quales ſunt res Mathematicorum. Vnde ab Ariſtotele ſcriptum legimus περὶ τῶν ἐν ἀφαιρέσει

ὄντων rectum ſe habere ut ſimum: μετὰ συνεχοῦς γῆς: quaſi velit ipſius recti, quod Mathematicorum eſt, ſuam eſſe materiam, nõ minus quàm ſimi quod ad Phyſicos pertinet. Nã licet res Mathematicæ ſenſili vacent materia, non ſunt tamen indiuiduæ, ſed propter cõtinuationem partitioni ſemper obnoxiæ, cuius ratione dici poſſũt ſua materia non omnino carere: quin aliud videtur τὸ εἶναι γραμμῆ, aliud quoad continuationi adiũcta intelligitur linea. Illud enim ceu forma in materia, proprietatum cauſa eſt, quas ſine materia percipere nõ licet. Hæc eſt ſocietatis & diſſidij Mathematicæ cum Phyſica & prima Philoſophia ratio. Nunc autem de nominis etymo & notatione pauca quædam afferamus. Nam ſi quæ iudicio & ratione impoſita ſunt rebus nomina, ea certè non temere indita fuiſſe credendũ eſt, quibus ſcientias appellari placuit. Sed neque otioſa ſemper haberi debet iſta etymologiæ indagatio, cùm ad rei etiam dubiæ fidem ſæpe non parum valeat recta nominis interpretatio. Sic enim Ariſtoteles ducto ex verborum ratione argumẽto, αὐτομάτου, μεταβολῆς, αἰθέρος, aliarumque rerum naturam ex parte confirmauit. Quoniam igitur Pythagoras Mathematicam ſcientiam nõ modò ſtudioſè coluit, ſed etiam repetitis à capite

principiis,

principiis,geometricam contemplationem in liberalis diſciplinæ formam compoſuit,& perſpectis abſque materia,ſolius intelligentiæ adminiculo theωrematibus,tractationem περὶ τῶν ἀλόγων, *&* κοσμικῶν σχημάτων *conſtitutionem excogitauit:credibile eſt,Pythagorã, aut certè Pythagoreos,qui & ipſi doctoris ſui ſtudia libenter amplexi ſunt,huic ſciẽtiæ id nomẽ dediſſe, quod cum ſuis placitis atque decretis cõgrueret,rerúmque propoſitarum naturam quoquo modo declararet.Ita cùm exiſtimarẽt illi omnẽ diſciplinã, quæ* μάθησις *dicitur,* ἀνάμνησιν *eſſe quandam, id eſt recordationem & repetitionẽ eius ſciẽtiæ, cuius antè quàm in corpus immigraret, compos fuerit anima, quemadmodum Plato quoque in Menωne, Phædωne,& aliis aliquot locis videtur aſtruxiſſe: animaduerterent autem eiuſmodi recordationem,quæ non poſſet multis ex rebus perſpici,ex his potiſsimum ſcientiis demonſtrari,ſi quis nimirum,ait Plato,* ὑπὸ τὰ διαγράμματα ἄγῃ:*probabile eſt equidẽ Mathematicas à Pythagoreis artes* κατ᾽ ἐξοχὴν *fuiſſe nominatas, vt ex quibus* μάθησις, *id eſt æternarum in animia rationum recordatio* διαφερόντως *& præcipuè intelligi poſſet. Cuius etiam rei fidem nobis diuinus fecit Plato,qui in Menωne Socratem in-*

ē

duxit hoc argumenti genere perſuadere cupientem diſcere nihil eſſe aliud quàm ſuarum ipſius rationum animū recordari. Etenim Socrates puſionem quendam, vt Tullij verbis vtar, interrogat de geometrica dimēſione quadrati: ad ea ſic ille reſpondet vt puer, & tamen tam faciles interrogationes ſunt, vt gradatim reſpondens, eodem perueniat, quò ſi geometrica didiciſſet. Aliam nominis huius rationem Anatolius expoſuit, vt eſt apud Rhodiginum, quòd cùm cæteræ diſciplinæ deprehendi vel non docente aliquo poßint omnes, Mathematica ſub nullius cognitionem veniant, niſi præeunte aliquo, cuius ſolertia ſuccidantur vepreta, vel exurantur, & ſuperciliosa complanentur aſpreta. Ita enim Cælius: quod quam vim habeat, non eſt huius loci curioſius perſcrutari. Equidem M. Tullius Mathematicos in magna rerum obſcuritate, recondita arte, multiplicique ac ſubtili verſari ſcribit. ſed quis neſcit idipſum cū aliis grauioribus ſcientiis, eſſe cōmune? Eſt enim, vel eodem autore Tullio, omnis cognitio multis obſtructa difficultatibus, maximaque eſt & in ipſis rebus obſcuritas, & in iudiciis noſtris infirmitas: nec vllus eſt, modò interius paulò Phyſica penetrarit, qui nō facilè ſit expertus, quàm multi vndique

*emergant, rerum naturalium cauſas inquirenti-
bus, & inexplicabiles labyrinthi. Sunt qui ex
demonſtrationum firmitate nominari Mathe-
maticas opinantur: cuius etiam rationis momen-
tum alio ſeorſim loco expẽdendum fuerit. Quo-
circa primam verbi notationem, quam ſequutus
eſt Proclus, nobis retinendam cenſeo. Hactenus
de vniuerſo Mathematicæ genere quanta potui
& perſpicuitate & breuitate dixi. Sequitur, vt
de Geometria ſeparatim atque ordine ea diſſe-
ram, quæ initio ſum pollicitus. Eſt autem Geome
tria, vt definit Proclus, ſcientia, quæ verſatur
in cognitione magnitudinum, figurarum, &
quibus hæ continentur, extremorum, item ratio-
num & affectionũ, quæ in illis cernuntur ac in-
hærent: ipſa quidẽ progrediens à puncto indiui-
duo per lineas & ſuperficies, dum ad ſolida con
ſcendat, variáſque ipſorum differentias patefa-
ciat. Quúmque omnis ſciẽtia demonſtratiua, vt
docet Ariſtoteles, tribus quaſi momentis conti-
neatur, genere ſubiecto, cuius proprietates ipſa
ſcientia exquirit & contẽplatur: cauſis & prin
cipiis, ex quibus primis demonſtrationes confi-
ciuntur: & proprietatibus, quæ de genere ſubie-
cto per ſe enunciantur: Geometriæ quidem ſub-
iectum in lineis, triangulis, quadrangulis, circu-*

lis, planis, ſolidis, atque omnino figuris & magnitudinibus, earumque extremitatibus cõſiſtit. His autem inhærent diuiſiones, rationes, tactus, æqualitates, παραβολαὶ, ὑπερβολαὶ, ἐλλείψεις, *atque alia generis eiuſdem propè innumerabilia. Poſtulata verò & Axiomata ex quibus hæc ineſſe demonſtrantur, eiuſmodi fere ſunt: Quouis centro & interuallo circulum deſcribere. Si ab æqualibus æqualia detrahas, quæ relinquũtur eſſe æqualia, cæteráque id genus permulta, quæ licet omnium ſint communia, ad demonſtrandum tamen tum ſunt accommodata, cùm ad certum quoddam genus traducuntur. Sed cùm præcipua videatur Arithmeticæ et Geometriæ inter Mathematicas dignatio, cur Arithmetica ſit* ἀκριβεστέρα *et exactior quàm Geometria, paucis explicandum arbitror. Hîc verò & Ariſtotelem ſequemur ducem, qui ſcientiam cum ſcientia ita comparat, vt accuratiorem eſſe velit eam, quæ rei cauſam docet, quã quæ rem eſſe tantũ declarat: deinde quæ in rebus ſub intelligentiam cadẽtibus verſatur, quàm quæ in rebus ſenſum mouẽtibus cernitur. Sic enim & Arithmetica quàm Muſica, & Geometria quàm Optica, & Stereometria quàm Mechanica exactior eſſe intelligitur. Poſtremò quæ ex ſimplicioribus initiis con-*

ſtat, quàm quæ aliqua adiectione cōpoſitis vtitur. Atque hac quidem ratione Geometriæ præſtat Arithmetica, quòd illius initium ex additione dicatur, huius ſit ſimplicius. Eſt enim punctum, vt Pythagoreis placet, vnitas quæ ſitum obtinet: vnitas verò punctum eſt quod ſitu vacat. Ex quo percipitur, numerorū quàm magnitudinum ſimplicius eſſe elementum, numeróſque magnitudinibus eſſe puriores, & à concretione materiæ magis diſiunctos. Hæc quanquam nemini ſunt dubia, habet & ipſa tamen Geometria quo ſe plurimum efferat, opibuſque ſuis ac rerum vbertate multiplici vel cum Arithmetica certet: id quod tute facilè deprehendas cùm ad infinitam magnitudinis diuiſionem, quam reſpuit multitudo, animum conuerteris. Nunc quæ ſit Arithmeticæ & Geometriæ ſocietas, videamus. Nam theωrematum quæ demonſtratione illuſtrātur, quædam ſunt vtriuſque ſciētiæ communia, quædam verò ſingularum propria. Etenim quòd omnis proportio ſit ῥητὸς ſiue rationalis, Arithmeticæ ſoli conuenit, nequaquam Geometriæ, in qua ſunt etiam ἄῤῥητοι, ſeu irrationales proportiones: item, quadratorum gnωmonas minimo definitos eſſe, Arithmeticæ proprium (ſi quidem in Geometria nihil tale minimum eſſe poteſt)

ſed ad Geometriam propriè ſpectãt ſitus, qui in numeris locum non habent: tactus, qui quidem à continuis admittuntur: ἄλογον, quoniam vbi diuiſio infinitè procedit, ibi etiam τὸ ἄλογον eſſe ſolet. Communia porrò vtriuſque ſunt illa, quæ ex ſectionibus eueniunt, quas Euclides libro ſecũdo eſt perſequutus: niſi quòd ſectio per extremã & mediam rationem in numeris nuſquam reperiri poteſt. Iam verò ex theorematibus eiuſmodi communibus, alia quidem ex Geometria ad Arithmeticam traducuntur: alia contrà ex Arithmetica in Geometriam transferuntur: quædam verò perinde vtrique ſcientiæ conueniunt, vt quæ ex vniuerſa arte Mathematica in vtrãque harum conueniant. Nam & alterna ratio, & rationum conuerſiones, compoſitiones, diuiſiones hoc modo communia ſunt vtriuſque. Quæ autem ſunt περὶ συμμέτρων, id eſt de commenſurabilib⁹, Arithmetica quidẽ primũ cognoſcit et contẽplatur: ſecũdo loco Geometria Arithmeticã imitata. Quare & cõmenſurabiles magnitudines illæ dicuntur, quæ rationẽ inter ſe habent quã numerus ad numerũ, perinde quaſi cõmenſuratio & συμμετρία in numeris primùm cõſiſtat (Vbi enim numerus, ibi & σύμμετρον cernitur: & vbi σύμμετρον, illic etiam numerus) ſed quæ

triangulorum ſunt & quadrangulorum, à Geometra primùm conſiderantur: tùm analogia quadam Arithmeticus eadem illa in numeris cõtẽplatur. De Geometriæ diuiſione hoc adiiciendum puto, quòd Geometriæ pars altera in planis figuris cernitur, quæ ſolam latitudinem longitudini coniunctam habent: altera verò ſolidas contemplatur, quæ ad duplex illud interuallũ craſſitudinem adſciſcũt. Illam generali Geometriæ nomine veteres appellarunt: hanc propriè Stereometriam dixerunt. Ita Geometriam cum Optica, & Stereometriam cum Mechanica non raro cõparat Ariſtoteles. Sed illius cognitio huius inuentionem multis ſeculis anteceſſit, ſi modò Stereometriam ne Socratis quidem ætate vllam fuiſſe omnino verum eſt, quemadmodum à Platone ſcriptum videtur. Ad Geometriæ vtilitatẽ accedo, quæ quanquam ſuapte vi & dignitate ipſa per ſe nititur, nullius vſus aut actionis miniſterio mãcipata (vt de Mathematicis omnibus ſciẽtiis concedit in Politico Socrates) ſi quid ex ea tamen vtilitatis externæ quæritur, Dij boni quàm lætos, quàm vberes, quàm varios fructus fundit? Nec verò audiendus eſt vel Ariſtippus, vel Sophiſtarũ alius, qui Mathematicorũ artes idcirco repudiet, quòd ex fine nihil docere videãtur, eiúſque quod melius aut deterius nullam habeãt

*rationem. Vt enim nihil cauſæ dicas, cur ſit me-
lius, trianguli, verbi gratia, tres angulos duobus
eſſe rectis æquales: minimè tamen fuerit conſen-
taneum, Geometriæ cognitionem vt inutilē ex-
agitare, criminari, explodere, quaſi quæ finē &
bonū quò referatur, habeat nullū. Multas haud
dubiè ſolius contemplationis beneficio citra ma-
teriæ contagionem adfert Geometria cōmodita-
tes partim proprias, partim cum vniuerſo gene
re communes. Cùm enim Geometria, vt ſcripſit
Plato, eius quod ſemper eſt cognitionem profitea
tur, ad veritatem excitabit illa quidem animū,
& ad ritè philoſophandum cuiuſque mentem
comparabit. Quinetiam ad diſciplinas omnes fa
cilius perdiſcendas, attigeris nécne Geometriam,
quanti referre cenſes? Nam vbi cum materia cō
iungitur, nónne præſtantiſsimas procreat artes,
Geodæſiā, Mechanicam, Opticā, quarū omnium
vſu, mortaliū vitam ſummis beneficiis comple-
ctitur? Etenim bellica inſtrumenta, vrbiúmque
propugnacula, quibus munitæ vrbes, hoſtium
vim propulſarēt, his adiutricibus fabricata eſt:
montium ambitus & altitudines, locorūq; ſitus
nobis indicauit: dimetiendorum & mari & ter
ra itinerum rationē præſcripſit: trútinas & ſta-
téras, quibus exacta numerorum æqualitas in ci-
uitate retineatur, cōpoſuit: vniuerſi ordinem ſi-*

mulachris expreſsit:multáque quæ hominum fi-
dem ſuperarēt,omnibus perſuaſit. Vbique extāt
præclara in eā rem teſtimonia. Illud memorabi-
le,quod Archimedi rex Hiero tribuit. Nā extru
cto vaſtæ molis nauigio, quod Hiero AEgyptio
rum regi Ptolemæo mitteret,cùm vniuerſa Syra
cuſanorum multitudo collectis ſimul viribus na
uem trahere nō poſſet, effeciſſétque Archimedes
vt ſolus Hiero illā ſubduceret, admiratus viri
ſcientiam rex, ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας, περὶ
παντὸς Ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. Quid? quòd
Archimedes idem, vt eſt apud Plutarchū, Hie-
roni ſcripſit datis viribus datum pondus moueri
poſſe? fretuſque demonſtrationis robore, illud ſæ-
pe iactarit, ſi terram haberet alteram vbi pedē
figeret, ad eam, noſtrā hanc ſe tranſmouere poſ-
ſe? Quid varia αὐτομάτων machinarúmque ge-
nera, ad vſus neceſſarios comparata memorem?
Innumerabilia profectò ſunt illa, et admiratio-
ne digniſsima, quibus priſci homines incredi-
bili quodam ad philoſophandum ſtudio cōcita-
ti, inopem mortalium vitā artis huius præſidio
ſubleuarunt: tametſi memoriæ ſit proditum, Pla
tonem Eudoxo & Archytæ vitio vertiſse, quòd
Geometrica problemata ad ſenſilia & organi-
ca abducerent. Sic enim corrumpi ab illis & la-
be fieri Geometriæ præſtantiam, quæ ab intelligi-

bilibus & incorporeis rebus ad ſenſiles & corporeas prolaberetur. Quaproter ridicula idẽ ſcripſit Plato Geometrarũ eſſe vocabula, quæ quaſi ad opus & actionem ſpectent, ita ſonare videntur. Quid enim eſt quadrare, ſi nõ opus facere? Quid addere, producere, applicare? Multa quidẽ ſunt einſmodi nomina, quibus neceſſariò & tanquã coacti geometræ vtuntur, quippe cùm alia deſint in hoc genere cõmodiora. Sic ergo cenſuit Plato, ſic Ariſtoteles, ſic deniq; philoſophi omnes, Geometriam ipſam cognitionis gratia exercendam, nec ex aliquo vſu externo, ſed ex rerum νοητῶν *intelligẽtia æſtimandã eſſe. Expoſita breui⁹ quã res tãta dici poßit, vtilitatis ratione, Geometriæ ortum, qui in hac rerum periodo ex hiſtoricorum monimentis nobis eſt cognitus, deinceps aperiamus. Geometria apud AEgyptios inuẽta, (ne ab Adamo, Setho, Noah, quos cognitione rerũ multiplici valuiſſe conſtat, eam repetamus) ex terrarum dimenſione, vt verbi præ ſe fert ratio, ortum habuiſſe dicitur: cùm anniuerſaria Nili inundatione & incremẽtis limo obducti agrorum termini confunderẽtur. Geometriam enim, ſicut & reliquas diſciplinas, in vſu quã in arte prius fuiſſe aiunt. Quòd ſanè mirum videri non debet, vt & huius & aliarum ſcientiarum inuentio ab vſu cœperit ac neceßitate. Etenim tempus,*

verum vſus, ipſa neceßitas ingenium excitat, & ignauiam acuit. Deinde quicquid ortum habuit (vt tradunt Phyſici) ab inchoato & imperfecto proceßit ad perfectũ. Sic artium & ſcientiarum principia experientiæ beneficio collecta ſunt: experientia verò à memoria fluxit, quæ & ipſa à ſenſu primùm manauit. Nam quod ſcribit Ariſtoteles, Mathematicas artes, comparatis rebus omnibus ad vitam neceſſariis, in AEgypto fuiſſe cõſtitutas, quòd ibi ſacerdotes omnium conceſſu in otio degerent: non negat ille adductos neceßitate homines ad excogitandam, verbi gratia, terræ dimetiendæ rationem, quæ theωrematũ deinde inueſtigationi cauſam dederit: ſed hoc confirmat, præclara eiuſmodi theωrematum inuenta, quibus extructa Geometriæ diſciplina cõſtat, ad vſus vitæ neceſſarios ab illis non eſſe expetita. Itaque vetus ipſum Geometriæ nomen ab illa terræ partiundæ finiumque regundorum ratione poſtea receßit, & in certa quadã affectionum magnitudini per ſe inhærentium ſcientia propriè remanſit. Quẽadmodũ igitur in merciũ & contractuum gratiã, ſupputandi ratio, quam ſecuta eſt accurata numerorum cognitio, à Phœnicibus initium duxit: ita etiam apud AEgyptios, ex ea quam cõmemoraui cauſa ortum habuit Geometria. Hanc certè, vt id obiter dicam,

Thales in Græciã ex Ægypto primùm tranſtulit: cui non paucæ deinceps à Pythagora, Hippocrate Chio, Platone, Archyta Tarẽtino, aliiſque compluribus, ad Euclidis tempora factæ ſunt rerum magnarum acceſſiones. Cæterùm de Euclidis ætate id ſolùm addam, quod à Proclo memoriæ mandatum accepimus. Is enim commemoratis aliquot Platonis tùm æqualibus tùm diſcipulis, ſubiicit, nõ multò ætate poſteriorem illis fuiſſe Euclidem eum, qui Elemẽta conſcripſit, & multa ab Eudoxo collecta, in ordinem luculentum cõpoſuit, multáque à Theæteto inchoata perfecit, quæque mollius ab aliis demonſtrata fuerant, ad firmiſſimas & certiſſimas apodixes reuocauit. Vixit autem, inquit ille, ſub primo Ptolemæo. Etenim ferũt Euclidẽ à Ptolemæo quõdã interrogatum, nunqua eſſet via ad Geometriam magis cõpendaria, quàm ſit iſta ςοιχείωσις, reſpõdiſſe, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. Deinde ſubiungit, Euclidẽ natu quidẽ eſſe minorẽ Platone, maiorem verò Eratoſthene & Archimede (hi enim æquales erãt) cùm Archimedes Euclidis mentionẽ faciat. Quòd ſi quis egregiã Euclidis laudẽ, quã cùm ex aliis ſcriptionibus accuratiſſimis, tùm ex hac Geometrica ςοιχειώσεως conſequutus eſt; in qua diuinus rerũ ordo ſapientiſſimis quibuſq; hominibus magnæ ſemper admira

tioni fuit, is Proclum ſtudioſè legat, quò rei veritatē illuſtriorē reddat grauiſſimi teſtis autoritas. Supereſt igitur vt finē videamus, quò Euclidis elementa referri, & cuius cauſa in id ſtudiū incumbere oporteat. Et quidē ſi res quæ tractātur, conſyderes: in tota hac tractatione nihil aliud quæri dixeris, quàm vt κοσμικὰ *quæ vocantur,* σχήματα *(fuit enim Euclides profeſſione & inſtituto Platonicus) Cubus, Icoſaëdrū, Octaëdrū, Pyramis & Dodecaëdrum certa quadā ſuorum & inter ſe laterū, & ad ſphæræ diametrū ratione eidē ſphæræ inſcripta cōprehēdātur. Huc enim pertinet Epigrāmation illud vetus, quod in Geometrica Michaëlis Pſelli* συνόψει *ſcriptum legitur.*

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

Quòd ſi diſcentis inſtitutionem ſpectes, illud certè fuerit propoſitum, vt huiuſmodi elementorum cognitione informatus diſcentis animus, ad quamlibet non modò Geometriæ, ſed & aliarū Mathematicæ partium tractationē idoneus paratúſque accedat. Nam tametſi inſtitutionem hanc ſolus ſibi Geometra vendicare videtur, & tanquam in poſſeſſionem ſuam venerit, alios ex-

*cludere poſſe: inde tamen permulta ſuo quodãmo-
do iure decerpit Arithmeticus, pleraque Muſi-
cus, non pauca detrahit Aſtrologus, Opticus, Lo
giſticus, Mechanicus, itemque cæteri: nec vllus
eſt denique artifex præclarus, qui in huius ſe poſ
ſeſsionis ſocietatem cupidè non offerat, partem-
que ſibi concedi poſtulet. Hinc* ϛοιχείωσις *abſo-
lutum operi nomen, &* ϛοιχειωτὴς *dictus Eucli-
des. Sed quid lõgius prouehor? Nam quod ad hãc
rem attinet, tam copiosè & eruditè ſcripſit (vt
alia complura) eo ipſo, quem dixi, loco P. Mõtau
reus, vt nihil deſiderio loci reliquerit. Quæ verò
ad dicendum nobis erant propoſita, hactenus pro
ingenij noſtri tenuitate omnia mihi perfeciſſe
videor. Nam tametſi & hæc eadẽ & alia plera
que multo fortè præclariora ab hominibus doctiſ
ſimis, qui tùm acumine ingenij, tùm admirabili
quodam lepôre dicendi ſemper floruerunt, gra-
uiùs, ſplẽdidiùs, vberiùs tractari poſſe ſcio: tamẽ
experiri libuit num quid etiam nobis diuino ſit
cõceſſum munere, quod rudes in hac philoſophiæ
parte diſcipulos adiuuare aut certè excitare
queat. Huc acceſsit quòd iſta recẽs elemẽtorũ edi
tio, in qua mihil nõ parum fuiſſet ſtudij, aliquid
à nobis efflagitare videbatur, quod eius cõmẽda-
tionẽ adaugeret. Cũ enim vir doctiſsimus Io. Ma
gnienus Mathematicarũ artium in hac Parrhi-*

ſiorū Academia profeſſor verè regius, noſtrum hunc typographum in excudēdis Mathematicorum libris diligentiſsimū, ad hanc Elemētorum editionem ſæpè & multum eſſet adhortatus, eiuſque impulſu permulta ſibi iam cōparaſſet typographus ad hanc rē neceſſaria, citò interuênit, malùm, Ioannis Magnieni mors inſperata, quæ tā graue inflixit Academiæ vulnus, cui ne poſt multos quidē annorum circuitus cicatrix obduci vlla poſſe videatur. Quāobrem amiſſo inſtituti huius operis duce, typographus, qui nec ſumptus antea factos ſibi perire, nec ſtudioſos, quibus id muneris erat pollicitus, ſua ſpe cadere vellet, ad me venit, & impensè rogauit vt meā propoſitæ editioni operā & ſtudium nauarē. quod cùm denegaret occupatio noſtra, iuberet officij ratio: feci equidē rogatus, vt quæ ſubobſcurè vel parum cōmodè in ſermonem latinū è græco tranſlata videbātur, clariore, aptiore & fideliore interpretatione noſtra (quod cuiuſque pace dictū volo) lucem acciperent. Id quod in omnibus ferè libris poſterioribus tute primo obtutu perſpicias. Nam in ſex prioribus non tantum tēporis quantum in cæteris ponere nobis licuit: decimi autē interpretatio, qua melior nulla potuit adferri, P. Mōtaureo ſolida debetur. Atq; vt ad perſpicuitatem facilitatémque nihil tibi deeſſe queraris, adſcriptæ

ſunt propoſitionibus ſingulis vel lineares figuræ, vel punctorū tanquam vnitatum notulæ, quæ Theonis apodixin illuſtrēt: illæ quidē magnitudinum, hæ autem numerorum indices, ſubſcriptis etiam ciphrarum, vt vocāt, characteribus, qui propoſitum quemuis numerū exprimant: ob eámque cauſam eiuſmodi vnitatum notulæ, quæ pro numeri amplitudine maius paginæ ſpatium occuparent, pauciores ſæpius depictæ ſunt, aut in lineas etiam commutatæ. Nam literarum, vt a, b, c, characteres non modò numeris & numerorum partibus nominandis ſunt accommodati, ſed etiam generales eſſe numerorum vt magnitudinum affectiones teſtantur. Adiecta ſunt inſuper quibuſdam locis non pœnitēda Theonis ſcholia, ſiue mauis lemmata, quæ quidem longè plura acceſsiſſent, ſi plus otij & temporis vacui nobis fuiſſet relictum, quod huic ſtudio impartiremus. Hanc igitur operam boni conſule, & quæ obuia erunt impreſsionis vitia, candidus emēda. Vale. *Lutetiæ 4. Idus April.* 1557.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

ὅροι.

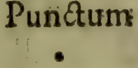
α

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

DEFINITIONES.

1

Punctum eſt, cuius pars nulla eſt.



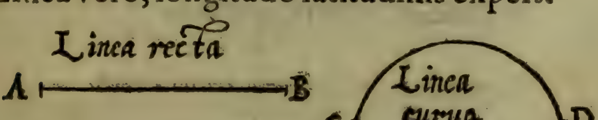
β

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.



2

Linea verò, longitudo latitudinis expers.



γ

γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3

Lineæ autem termini, ſunt puncta.

δ

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4

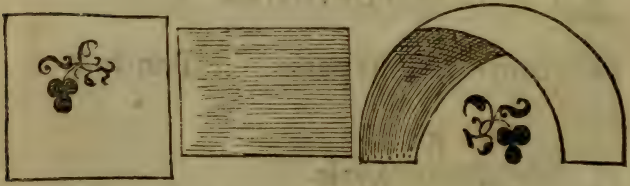
Recta linea, eſt quæ ex æquo ſua interiacet puncta.

ε

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5

Superficies eſt quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.



ς

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

6

Superficiei extrema, ſunt lineæ.

ζ

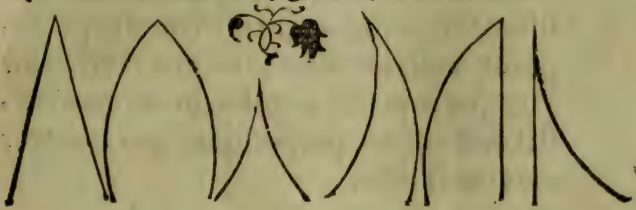
Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

7

Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquo ſuas interiacet lineas.

η

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.



8



Planus angulus eſt duarum linearum in plano ſe mutuò tãgentium, & nõ in directum iacetium, alterius ad alteram inclinatio.

θ

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9

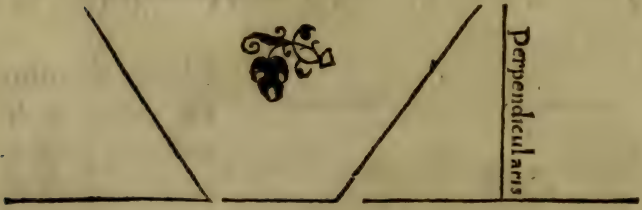
Cùm autem quæ angulum continent lineæ, rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.

ι

Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10

Cùm verò recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, eos qui ſunt deinceps angulos æquales inter ſe fecerit : rectus eſt vterque æqualiũ angulorum:& quæ inſiſtit recta linea, perpendicularis vocatur eius cui inſiſtit.



ια

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

11

Obtuſus angulus eſt, qui recto maior eſt.

ιβ

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

12

Acutus verò, qui minor eſt recto.

ιγ

Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

13

Terminus eſt, quod alicuius extremum eſt.



ιδ

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

14

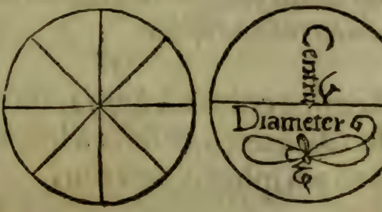
Figura eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

ιε

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

15

Circulus, eſt figura plana ſub vna linea comprehẽſa, quę pe-



ripheria appellatur: ad quam ab vno pũcto eorum, quæ intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectæ lineæ inter ſe ſunt ęquales.

ιε

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16

Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

ιϛ

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17

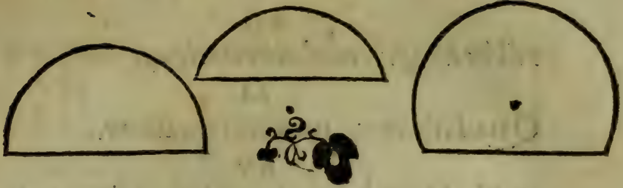
Diameter autem circuli, eſt recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheriam terminata, quæ circulum bifariam ſecat.

ιη

Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

18

Semicirculus eſt figura, quæ continetur ſub diametro, & ſub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.



ιθ

τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19

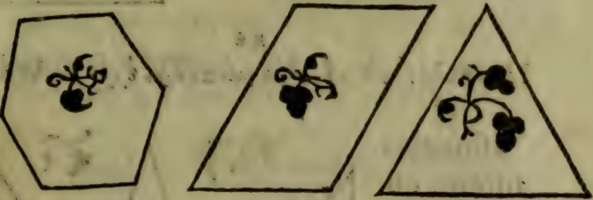
Segmẽtum circuli, eſt figura, quæ ſub recta linea & circuli peripheria cõtiñetur.

κ

εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

20

Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur.



κα

τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

21

Trilaterę quidem, quę ſub tribus.

κβ

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

22

Quadrilaterę, quæ ſub quatuor.

κγ

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

23

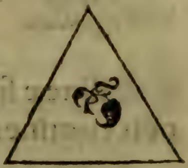
Multilaterę verò, quę ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

κδ

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

24

Tri laterarum porrò figurarum, æquilaterum eſt triangulum, quod tria latera habet ęqualia.

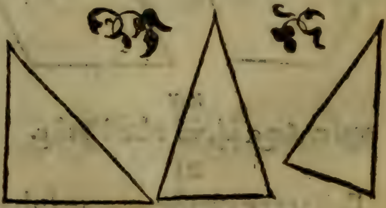


κε

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

25

Iſoſceles autem, eſt quod duo tantùm ęqualia habet latera.

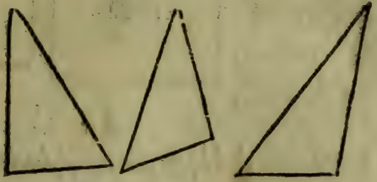


κϛ

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

26

Scalenũ verò, eſt quod tria inæqualia habet latera.



κζ

Ἔτι τε τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27

Ad hęc etiam, trilaterarũ figurarũ, rectãgulum quidẽ triangulũ eſt, quod rectũ angulum habet. κη

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28

Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. κθ

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29

Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos. λ

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστι, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

30

Quadrilaterarum autem figurarũ, qua-

dratũ quidem eſt, quod & ęquilaterũ & rectangulum eſt.



λα

Ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31

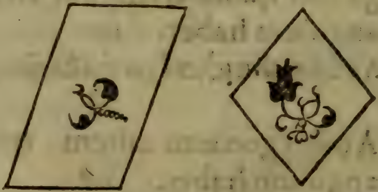
Altera parte lõgior figura eſt, quę rectãgula quidem, at æquilatera non eſt.

λβ

Ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autẽ, quę æquilatera, ſed rectangula non eſt.



λγ

Ῥομβοειδὲς δέ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33

Rhomboides verò, quę aduerſa & latera & angulos habens inter ſe ęquales, ne-

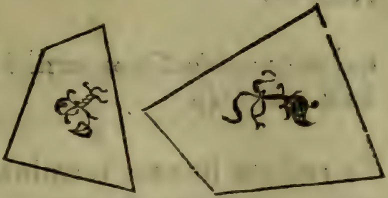
que ęquilatera eſt, neque rectangula.

λδ

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Pręter has autem, reliquę quadrilaterę figurę, trapezia appellentur.

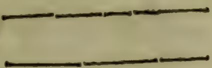


λε

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

35

Parallelę, rectæ lineę ſunt quę, cùm in eodem ſint plano, & ex vtraque parte in infinitum producantur, in neutram ſibi mutuò incidunt.



Αἰτήματα.

α

Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Poſtulata.

1

Poſtuletur, vt à quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere concedatur.

β

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2

Et rectam lineam terminatam in continuum recta producere.

γ

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3

Item quouis cẽtro & interuallo circulum deſcribere.



Κοιναὶ ἔννοιαι.

α

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Communes notiones.

1

Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

β

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2

Et ſi æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.

γ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3

Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

δ

καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4

Et ſi inęqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt inæqualia.

ε

καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἄνισα.

5

Et ſi ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia.

ϛ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

6

Quę eiuſdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.

ζ

καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

7

Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, inter ſe ę-
qualia ſunt.

η

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις
ἐστί.

8

Et quæ ſibi mutuò congruunt, ea inter ſe
ſunt æqualia.

θ

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

9

Totum eſt ſua parte maius.

ι

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Item, omnes recti anguli ſunt inter ſe æ-
quales.

ια

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς
ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν
ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐ-
θεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐφ'
ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

11

Et ſi in duas rectas lineas altera recta in-
cidēs, inter nos ad eaſdémque partes an

gulos duobus rectis minores faciat, duæ illę rectæ lineæ in infinitum productæ ſibi mutuò incident ad eas partes, vbi ſunt anguli duobus rectis minores.

ιβ

καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

12

Duæ rectæ lineæ ſpatium non comprehendunt.

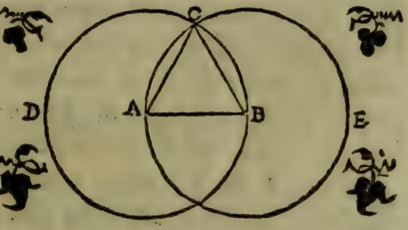
Προτάσεις.

α

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Problema 1. Propoſitio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum conſtituere.



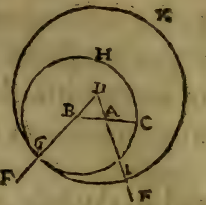
β

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2. Propoſitio 2.

Ad datum punctum, datæ rectæ li-

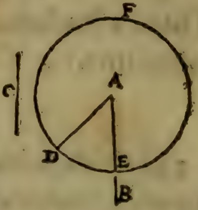
neæ æqualem rectam lineam ponere.



γ

δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3. Propoſitio 3.



Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore ęqualem minori rectam lineam detrahere.

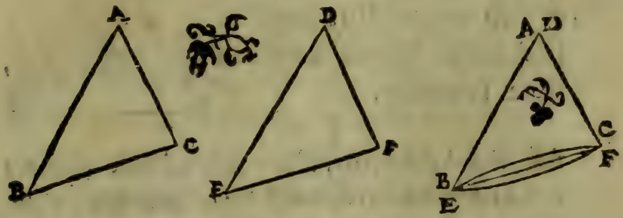
δ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema primum. Propoſitio 4.

Si duo triangula duo larera duobus lateribus æqualia habeāt, vtrunque vtrique, habeant verò & angulum angulo æqualem

lem ſub ęqualibus rectis lineis contentū: & baſin baſi æqualē habebūt, eritq; triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis ęquales erunt, vterque vtrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

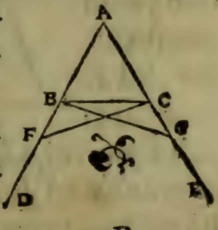


ε

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propoſitio 5.

Iſoſcelium triangulorū qui ad baſin ſunt anguli, inter ſe ſunt æquales: & ſi vlterius productæ ſint æquales illæ rectæ lineæ, qui ſub baſi ſunt anguli, inter ſe æquales erunt.

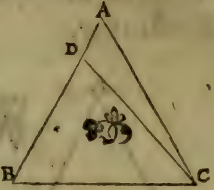


ς

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3. Propoſitio 6.

Si triãguli duo anguli ę-quales inter ſe fuerint: & ſub æqualibus angulis ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.

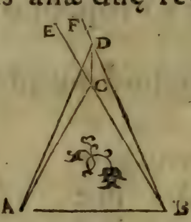


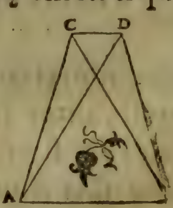
ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4. Propoſitio 7.

Super eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duę rectę lineæ æquales, vtraque vtrique, non conſtituẽtur, ad aliud atq; aliud punctũ, ad eaſdẽ partes, eoſdémq; terminos cũ duabus initio ductis rectis lineis habentes.



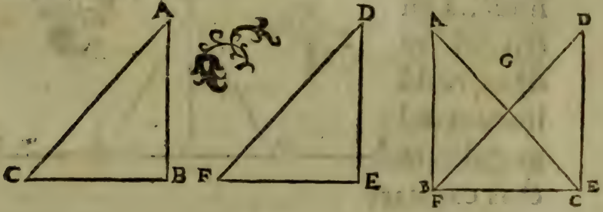


η

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5. Propoſitio 8.

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrunq; vtrique, ęqualia, habuerint verò & baſin baſi æqualē: angulum quoque ſub æqualibs rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

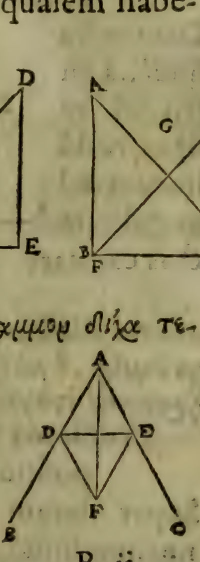


θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

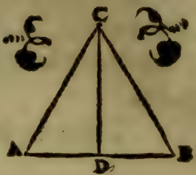
Problema 4. Propoſitio 9.

Datum angulum rectilineum bifariam ſecare.



ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.



Problema 5. Propoſitio 10.

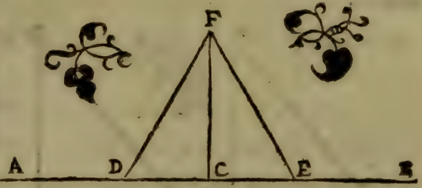
Datam rectam lineam finitam bifariam ſecare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6. Propoſitio 11.

Data recta linea, à pũcto in ea dato, rectã lineam ad angulos rectos excitare.

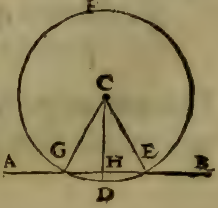


ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7. Propoſitio 12.

Super datam rectam lineam infinitã, à dato pun



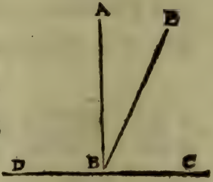
ſto quod in ea non eſt, perpendicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6. Propoſitio 13.

Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineã angulos facit, aut dúos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

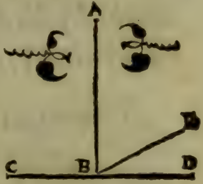


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7. Propoſitio 14.

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ nõ ad eaſdem partes ductæ, eos qui ſunt deinceps ãgulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.



ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ

κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

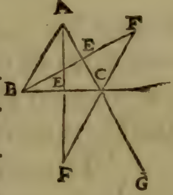


Theorema 8. Propoſitio 15.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecuerint, ãgulos qui ad verticẽ ſunt, æquales inter ſe efficient.

ιε

παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστίν.

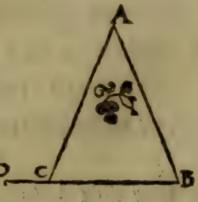


Theorema 9. Propoſitio 16.

Cuiuſcunque trianguli vno latere producto, externus angulus vtroq; interno & oppoſito maior eſt.

ιζ

παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.



Theorema 10. Propoſitio 17.

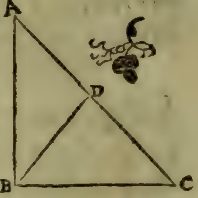
Cuiuſcunque trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores omnifariã ſumpti,

ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema.11.Propoſitio 18.

Omnis triãguli maius latus maiorẽ angulum ſubtendit.

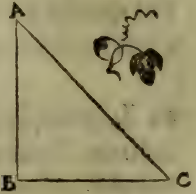


ιθ

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12.Propoſitio 19.

Omnis triãguli maior angulus maiori lateri ſubtenditur.

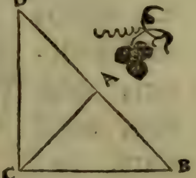


κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13. Propoſitio 20.

Omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

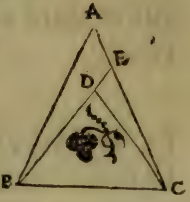


κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14. Propoſitio 21.

Si ſuper trianguli vno latere, ab extremitatibus duæ rectæ lineæ, interius cōſtitutæ fuerint, hæ cōſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidē erunt, maiorem verò angulum continebunt.

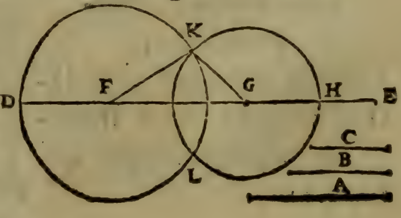


κβ

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Problema 8. Propoſitio 22.

Ex tribus rectis lineis quæ ſunt trib⁹ datis re-



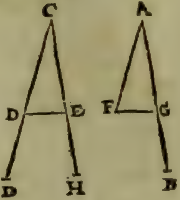
ctis lineis æquales, triangulum cõſtituere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores omnifariam ſumptas: quoniam vniuſcuiuſque trianguli duo latera omnifariam ſumpta reliquo ſunt maiora.

κγ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9. Propoſitio 23.

Ad datam rectã lineam datúmque in ea pũctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

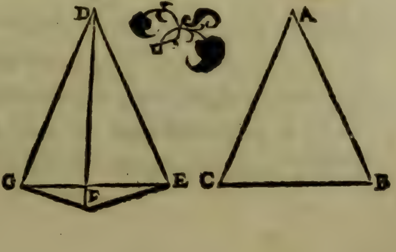


κδ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15. Propoſitio 24.

Si duo triãgula duo latera duobus lateribus æqua-



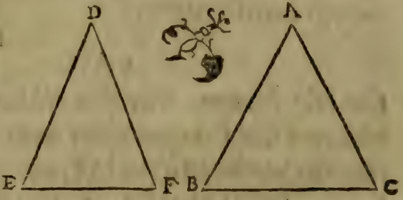
lia habuerint, vtrunque vtrique, angulum verò angulo maiorẽ ſub æqualibus rectis lineis contẽtum: & baſin baſi maiorem habebunt.

κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ: καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16. Propoſitio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus ęqualia habuerint, vtrunque vtrique, baſin verò baſi maiorem: & angulum ſub ęqualib⁹ rectis lineis contentũ ãgulo maiorem habebunt.



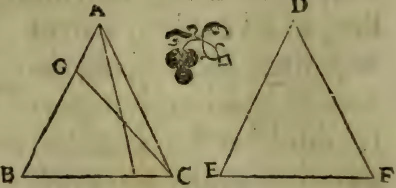
κϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς

πλευραῖς ἴσας ἕξει, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17. Propoſitio 26.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrunque vtrique, vnúmque latus vni lateri æquale, ſiue quod æqualibus adiacet angulis, ſeu quod vni æqualium angulorum ſubtenditur: & reliqua latera reliquis lateribus æqualia, vtrunque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

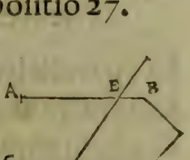


κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter ſe fecerit: parallelę erunt inter ſe illæ rectæ lineæ.

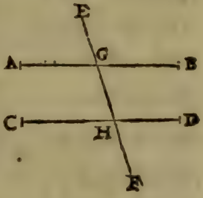


κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν, ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19. Propoſitio 28.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externũ angulum interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes æqualem fecerit, aut internos & ad eaſdem partes duobꝰ rectis æquales: parallelæ erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.

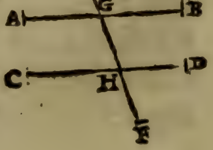


κθ

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20. Propoſitio 29.

In paralleleas rectas lineas recta incidēs linea, & alternatim āgulos inter ſe ęquales efficit & externum interno & oppo



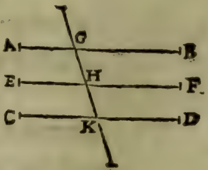
ſito & ad eaſdem partes æqualem, & internos & ad eaſdem partes duobus rectis æquales facit.

λ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21. Propoſitio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ, & inter ſe ſunt parallelæ.

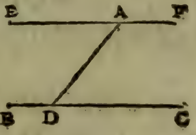


λα

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10. Propoſitio 31.

A dato puncto datæ rectæ lineę parallelam rectam lineam ducere.



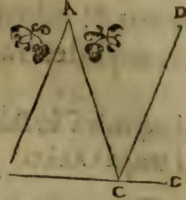
λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22. Propoſitio 32.

Cuiuſcunque trianguli vno latere vlte-

rius producto: externus angulus duobus internis & oppoſitis eſt æqualis. Et trianguli tres interni anguli duobus ſunt rectis æquales.

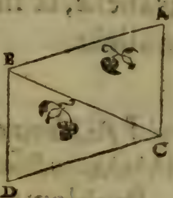


λγ

Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Theorema 23. Propoſitio 33.

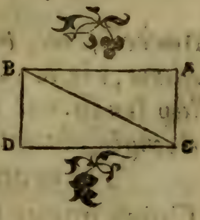
Rectæ lineæ quę æquales & parallelas lineas ad partes eaſdem coniungũt, & ipſæ ęquales & parallelę ſunt.



λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24. Propoſitio 34.



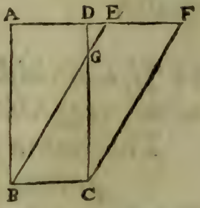
Parallelogrammorũ ſpatiorum ęqualia ſunt inter ſe quę ex aduerſo & latera & anguli: atque illa bi-

fariam ſecat diameter.

λε

τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 25. Propoſitio 35.



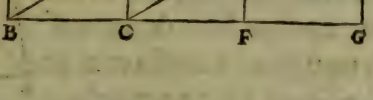
Parallelogramma ſuper eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt ęqualia.

λϛ

τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

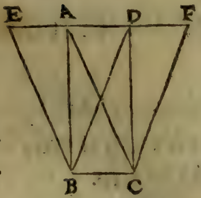
Theorema 26. Propoſitio 36.

Parallelogramma ſuper ęqualibus baſibus & in eiſdem parallelis cõſtituta, inter ſe ſunt ęqualia.



λζ

τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

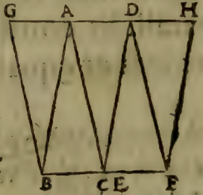


Theorema 27. Propoſitio 37.

Triãgula ſuper eadem baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

λη

τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

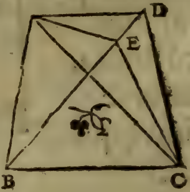


Theorema 28. Propoſitio 38.

Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

λθ

τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.



Theorema 29. Poſiiio 38.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta: & in eiſdem ſunt parallelis.

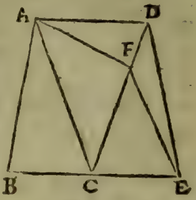
μ

τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ

ἐπὶ

ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλή-λοις ἐστίν.

Theor. 30. Propo. 40.

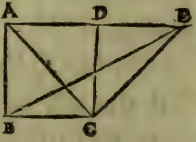


Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus & ad eaſdem partes cõſtituta, & in eiſdem ſunt parallelis.

μα

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theor. 31. Propo. 41.

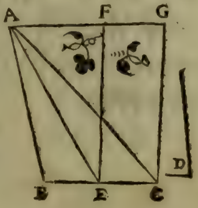


Si parallelogrãmum cũ triangulo eandem baſin habuerit, in eiſdémq; fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammũ ipſius trianguli.

μβ

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Probl. 11. Propo. 42.

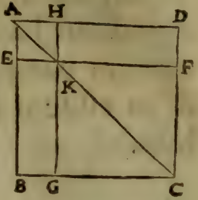


Dato triãgulo ęquale parallelogrãmum cõſtituere in dato angulo rectilineo.

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

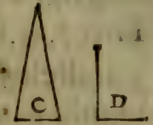
Theor. 32. Propo. 43.



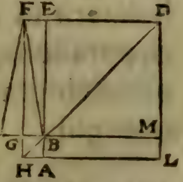
In omni parallelogrammo, complementa eorũ quæ circa diametrũ ſunt parallelogrammorũ, inter ſe ſunt æqulia.

μδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Ploble.12. Propo.44.



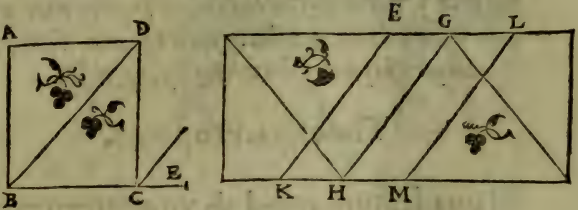
Ad datam rectam lineã, dato triãgulo æquale parallelogrammum applicare in dato ãgulo rectilineo.

με

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Proble.13.Propo.45.

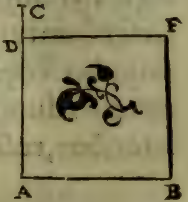
Dato rectilineo æquale parallelogrãmũ conſtituere in dato angulo rectilineo.



μς

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Probl.14.Propo.46.



A data recta linea quadratum deſcribere.

μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theor.33.Propo.47.



In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis quæ à lateribus

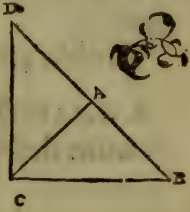
rectum angulum continentibus.

μη

ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγω-
νον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευ
ρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν
λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theor.34.Propo.48.

Si quadratum quod ab vno laterum triã guli deſcribitur, æquale ſit eisquæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur, quadratis: angulus cõprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus eſt.



Finis Elementi primi.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΔΕΥ͂ΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

ὅροι.

α

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

DEFINITIONES.

I

Omne parallelogrammũ rectangulum cõtineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.

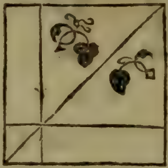
β

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ, ἓν παραλληλογράμμων

ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

2

In omni parallelogrammo ſpatio, vnũ quodlibet eorum quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrãmorũ, cum duobus complementis, Gnomo vocetur.

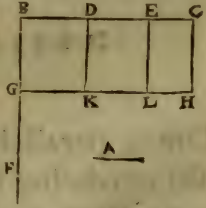


Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theor. 1. Propo. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarum altera in quotcũque ſegmenta: rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis rectangulis quæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur.



β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ

τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theor.2.Propo.2.

Si recta linea ſecta ſit vtcunque, rectangula quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota fit, quadrato.

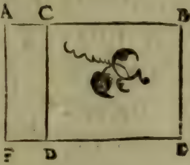


γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theor.3.Propo.3.

Si recta linea ſecta ſit vtcunque, rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum cõprehenſum, æquale eſt & illi quod ſub ſegmẽtis cõprehenditur rectangulo, & illi, quod à prædicto ſegmento deſcribitur, quadrato.



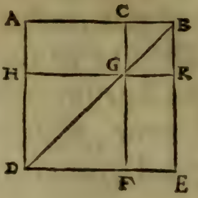
δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-

μάτων τε τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea ſecta ſit vtcunque: quadratum quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis quæ à ſegmentis deſcribuntur quadratis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprȩhẽditur, rectangulo.

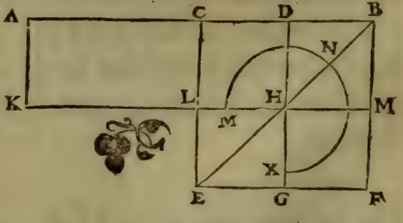


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theor. 5. Propo. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſum, vnà cum quadrato, qđ ab intermedia ſectionum, ȩquale eſt ei quod à dimidia deſcribitur, quadrato.

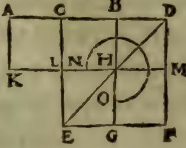


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theor.6.Propo.6.

Si recta linea bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adiiciatur, rectangulum cõprehenſum ſub tota cũ adiecta & adiecta ſimul & quadratum à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quę tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna deſcripto.



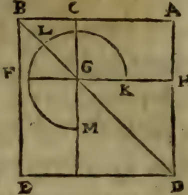
ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theor.7.Propo.7.

Si recta linea ſecetur vtcunque: quod à

tota, quódque ab vno ſegmentorum, vtraque ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi quod bis ſub tota & dicto ſegmẽto comprehenditur, rectangulo, & illi quod à reliquo ſegmẽto fit, quadrato.

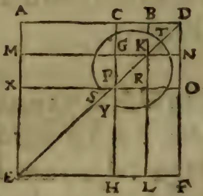


η

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theor. 8. Propo. 8.

Si recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum quater cõprehenſum ſub tota & vno ſegmẽtorum, cum eo quod à reliquo ſegmento fit, quadrato, æquale eſt ei quod à tota & dicto ſegmẽto, tanquã ab vna linea deſcribitur, quadrato.



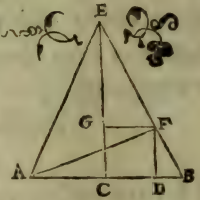
θ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ

ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theor.9.Propo.9.

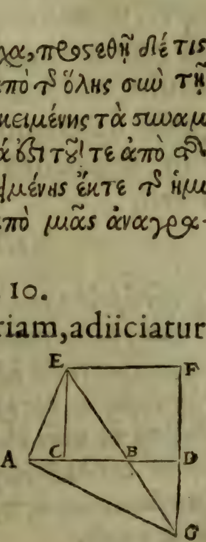
Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: quadrata quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, duplicia ſunt & eius quod à dimidia, & eius quod ab intermedia ſectionũ fit, quadratorum.



Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theor.10. Propo. 10.

Si recta linea ſecetur bifariam, adiiciatur autẽ ei in rectũ quæpiã recta linea: quod à tota cũ adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque ſimul quadrata, duplicia ſunt & e-

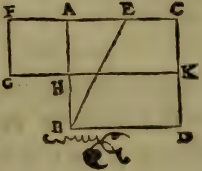


ius quod à dimidia, & eius quod à compoſita ex dimidia & adiuncta, tanquam ab vna deſcriptum ſit, quadratorum.

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Probl.1.Propo.11.



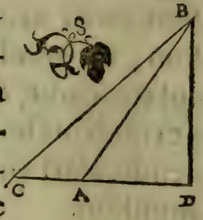
Datam rectam linean ſecare, vt comprehenſum ſub tota & altero ſegmentorum rectangulum, æquale ſit ei quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν, τετραγώνων. , τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theor.11.Propo.12.

In amblygoniis triangulis, quadratum quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, maius eſt quadratis quæ fiunt à lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehenſi & ab vno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod, cùm protractũ fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub per pendiculari prope angulum obtuſum.

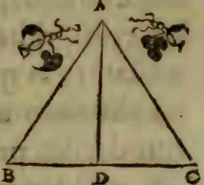


ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

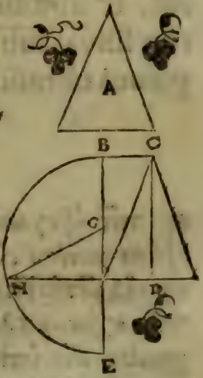
Theorema 12. Propo. 13.

In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum ſubtendente, minus eſt quadratis quæ fiunt à lateribus acutum angulnm comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis compreheſi, & ab vno laterum, quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutũ angulum.



ιδ

τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.



Probl. 2. Propo. 14.

Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.

Elementi ſecundi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΤΡΊΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM TERTIVM.

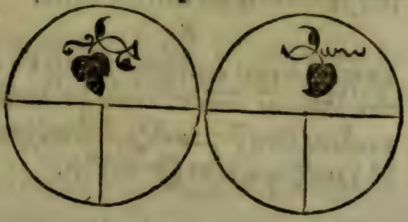
Ὅροι. α.

Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶ ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

DEFINITIONES.

I

Æquales circuli, ſunt quorum diametri ſunt æquales, vel quorum quæ ex cẽtris rectæ lineæ ſunt æquales.



β

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

2

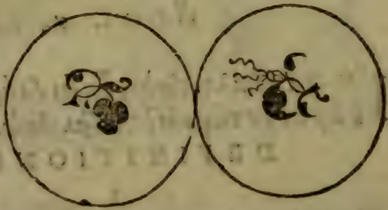


Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cùm circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat.

γ

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

3



Circuli ſeſe mutuò tangere dicũtur: qui ſeſe mutuo tangẽtes, ſeſe mutuò non ſecant.

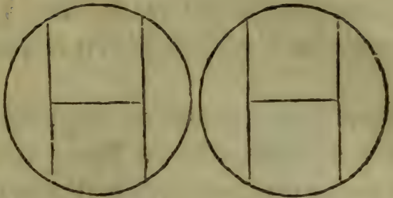
δ

Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι: μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

4

In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm perpendiculares,

res, quæ à centro in ipſas ducũtur, ſunt æquales. Lõgius autem abeſſe illa dicitur, in quã maior perpendicularis cadit.

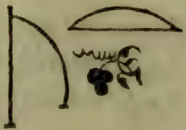


ε

τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5

Segmentum circuli, eſt figura quæ ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.



ϛ

τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6

Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ζ

ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμή-

ματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

7

In ſegmento autem angulus eſt, cùm in ſegmēti peripheria ſumptū fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmēti baſis eſt, adiunctæ fuerint rectæ lineæ: is, inquã, angulus ab adiunctis illis lineis comprehenſus.

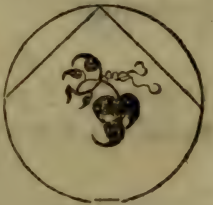


η

ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8

Cùm verò comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumũt peripheriã, illi angulus inſiſtere dicitur.

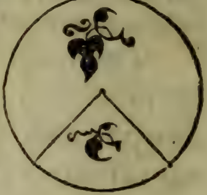


θ

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

9

Sector autem circuli eſt, cùm ad ipſius circuli centrum conſtitutus fuerit angulus, cõprehenſa nimirũ figura & à rectis lineis angulũ cõtinentibus, & à peripheria ab illis aſſumpta.

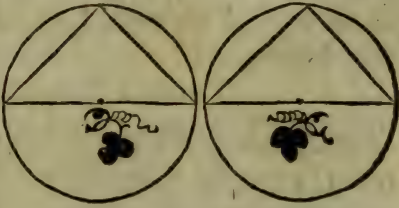


ι

ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

10

Similia circuli ſegmenta ſunt, quæ angulos capiũt æquales: aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales.



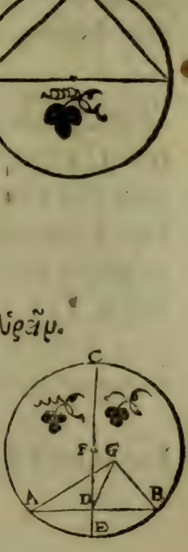
Προτάσεις.

α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Probl.1. Propo.1.

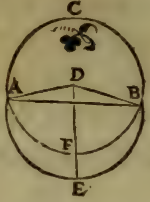
Dati circuli centrum reperire.



β

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theo.1.Propo.2.



Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea quæ ad ipſa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

γ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ: καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ καὶ ἐὰν πρὸς, ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theor.2.Propo.3.

Si in circulo recta quædam linea per centrum extenſa quandam non per centrum extenſam bifariam ſecet: & ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque eam ſecabit.



δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,

μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theo.3.Propo.4.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuò ſecent nõ per centrum extenſæ, ſeſe mutuò biſariam nõ ſecabunt.

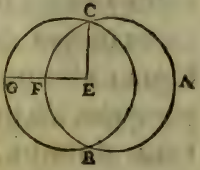


ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theor.4.Propo.5.

Si duo circuli ſeſe mutuò ſecent, non erit illorum idem centrum.

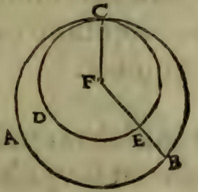


ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theor.5.Propo.6.

Si duo circuli ſeſe mutuò interius tangant, eorum non erit idem centrum.



ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπί-

πίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor. 6. Propo. 7.

Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eóque pũcto in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum vero propinquior illi quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtraſque partes minimæ.



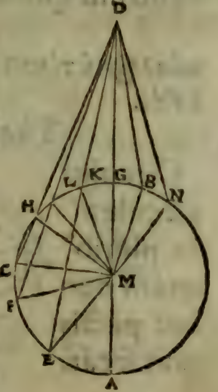
η

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε: τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μεί-

ζων ἐστι. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστι ἐλάττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor.7.Propo.8.

Si extra circulū ſumatur punctum quodpiam, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliquæ verò vt libet: in cauam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per cētrum ducitur: aliarum autē propinquior ei, quæ per centrū trāſit, remotiore ſemper maior eſt. In cōuexam verò peripheriam cadentium rectaaum linearum, minima quidem eſt illa, quæ inter punctum & diametrum interponitur: aliarum autem, ea quæ propinquior eſt mininæ, remotiore ſemper minor eſt. Duæ autem tantùm rectę lineę æquales ab eo



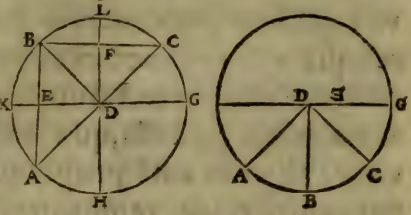
punɛto in ipſum circulum cadunt, ad v-
traſque partes minimæ.

ϑ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theor.8.Propo.9.

Si in circulo acceptum fuerit punɛtum aliquod, & ab eo punɛto ad circulum cadāt plures quàm duæ reɛtę lineę æquales, acceptum punɛtum centrum ipſius eſt circuli.

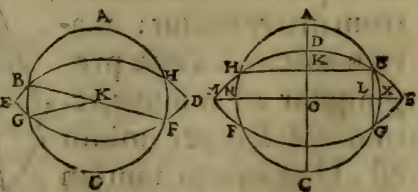


ι

κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Theor.9.Propo.10.

Circulus circulum in pluribꝰ quàm duobus pūɛtis non ſecat.

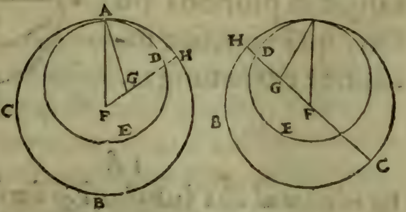


ια

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Theor.10.Propo.11.

Si duo circuli ſeſe intus contingant, atque accepta fuerint eorum cẽtra, ad eorum cẽtra adiuncta recta linea & producta in contactum circulorum cadet.

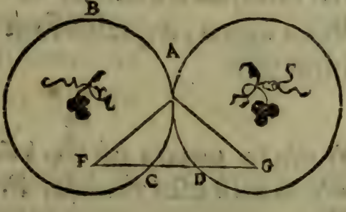


ιβ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theor.11.Propo.12.

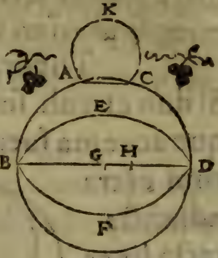
Si duo circuli ſeſe exterius contingant, linea recta quę ad cẽtra eorum adiũgitur, per contactum illũ tranſibit.



ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάντε ἐντὸς ἐάντε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theor. 12. Propo. 13.

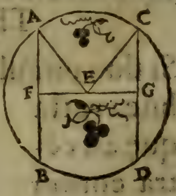


Circulus circulũ non tangit in pluribus pũctis, quã vno, ſiue intus ſiue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theor. 13. Propo. 14.



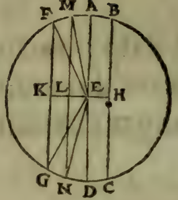
In circulo æquales rectæ lineę ęqualiter diſtãt à cẽtro. Et quæ æqualiter diſtãt à cẽtro, æquales ſunt inter ſe.

ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theor.14.Propo.15.

In circulo maxima quidem linea eſt diameter: aliarum autem propinquior centro, remotiore ſemper maior.

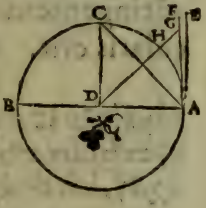


ιε

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐ-τόπον θεῖα οὐ παρεμπεσεῖται καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theor.15.Propo.16.

Quæ ab extremitate diametri cuiuſque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum ciculũ cadet, & in locum inter ipſam rectam lineã & peripheriã cõprehẽſum, altera recta linea nõ cadet. Et ſemicirculi quidem angulus quouis angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

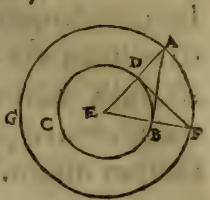


ιϛ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Proble.2. Propo.17.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

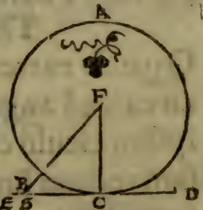


ιη

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theorema 16. Propo.18.

Si circulũ tãgat recta quępiam linea, à centro autẽ ad contactum adiũgatur recta quędam linea: quæ adiuncta fuerit ad ipſam cõtingentem perpendicularis erit.



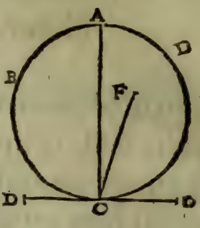
ιθ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theor.17. Propo.19.

Si circulũ tetigerit recta quæpiã linea, à

contactu autẽ recta linea ad angulos rectos ipſi tã-angẽti excitetur, in excitata erit centrum circuli.

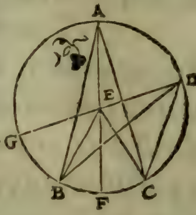


κ

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theor.18.Propo.20.

In circulo angulus ad cẽtrũ duplex eſt anguli ad peripheriam, cùm fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

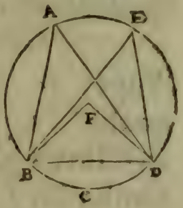


κα

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theor.19.Propo.21.

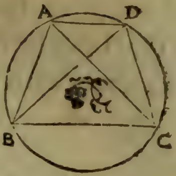
In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſunt inter ſe æquales.



κβ

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theor.20.Propo.22.

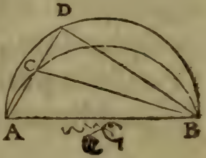


Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli qui ex aduerſo, duobus rectis ſunt æquales.

κγ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theor.21. Propo.23.

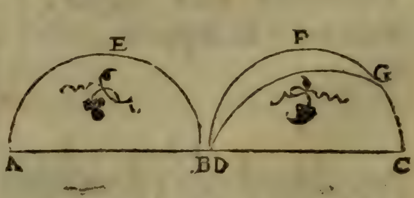


Super eadem recta linea, duo ſegmẽta circulorum ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes.

κδ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

Theor.22.Propo.24.



Super æqualib⁹ rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta

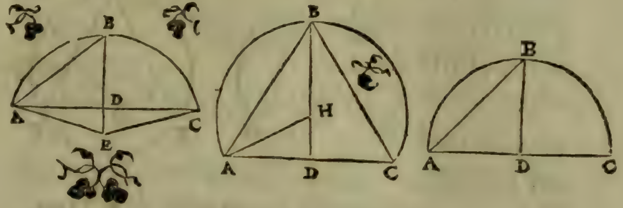
ſu nt inter ſe æqualia.

κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Probl.3.Propo.25.

Circuli ſegmento dato, deſcribere circu lum, cuius eſt ſegmentum.

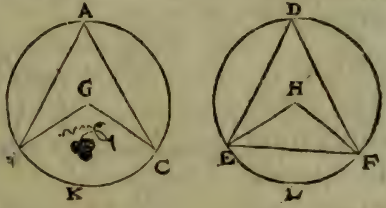


κϛ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theor.23.Prop o.26.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus periphe- riis inſiſtũt ſiue ad cẽ- tra, ſiue ad periphe- rias conſtituti inſiſtant.

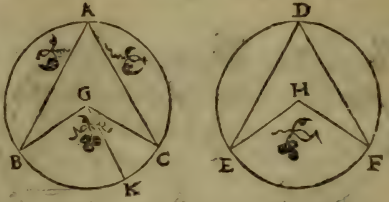


κζ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theor.24.Propo.27.

In æqualibus circulis, anguli qui æqualibus peripheriis inſiſtũt, ſunt inter ſe æquales ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

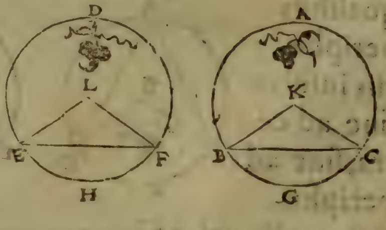


κη

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theor.25.Propo.28.

In æqualibus circulis æquales rectę lineę æquales peripherias auferunt, maiorẽ quidẽ, maiori, minorem autem, minori.



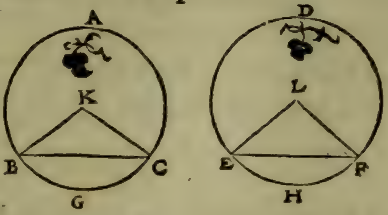
Ἐν

κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theor.26.Propo.29.

In æqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

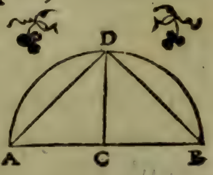


λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4.Propo.30.

Datam peripheriam bifariam ſecare.



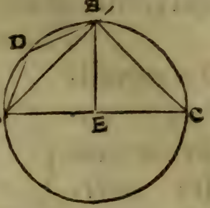
λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς: καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theor.27.Propo.31.

In circulo angulus qui in ſemicirculo,re

ctus eſt: qui autem in maiore ſegmento, minor recto: qui verò in minore ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmẽti, recto quidem maior eſt: minoris autẽ ſegmẽti angulus, minor eſt recto.

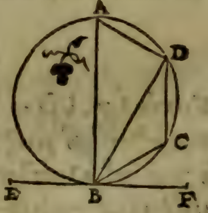


λβ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον· ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theor. 28. Propo. 32.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum ſecãs: anguli quos ad contingẽtẽ facit, æquales ſunt iis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis.

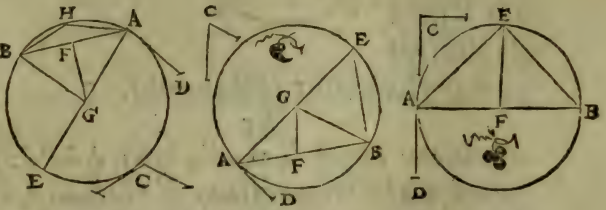


λγ

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Probl.5.Propo.33.

Super data recta linea deſcribere ſegmentum circuli quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

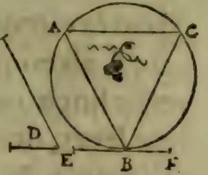


λδ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Probl.6.Propo.34.

A dato circulo ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.



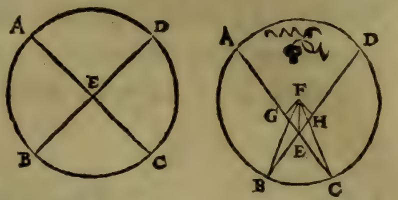
λε

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theor.29.Propo.35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuò

ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmẽ tis vnius, æquale eſt ei, quod ſub ſegmẽ tis alterius comprehenditur, rectangulo.

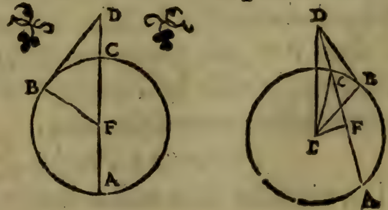


λϛ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theor.30.Propo.36.

Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera verò tangat: quod ſub tota ſecante & exterius inter punctum & cõuexam peripheriam aſſumpta cõprehen



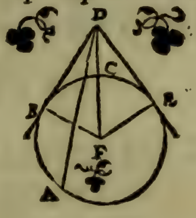
ditur rectangulum, ęquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, quadrato.

λζ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης· ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theor. 31. Propo. 37.

Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat, ſit autem quod ſub tota ſecãte & exterius inter punctum & conuexam peripheriam aſſumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente deſcribitur quadrato: incidens ipſa circulum tãget.



Elementi tertii finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ
ΤΈΤΑΡΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM QVARTVM.

ὅροι.

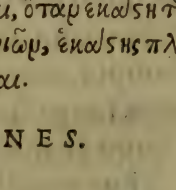
α

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

DEFINITIONES.

I

Figura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cùm ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli ſingula latera eius, in qua



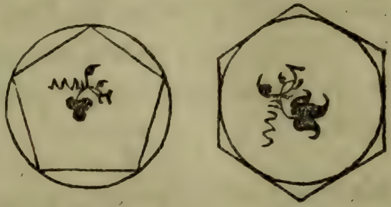
inſcribitur, tangunt.

β

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ χῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

2

Similiter & figura circum figurã deſcribi dicitur, quum ſingula eius quæ circunſcribitur, latera ſingulos eius figuræ angulos tetigerint, circũ quàm illa deſcribitur.



γ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3

Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur, quũ ſinguli eius figuræ quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

δ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

4

Figura verò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quũ ſingula latera eius, quę circũ ſcribitur, circuli peripheriã tangũt.

ε

Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

5

Similiter & circulus in figura rectilinea inſcribi dicitur, quum circuli peripheria ſingula latera tãgit eius figuræ, cui inſcribitur.

ϛ

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

6

Circulus autem circum figuram deſcribi dicitur, quũ circuli peripheria ſingulos tangit eius figuræ, quam circunſcribit, angulos.

η

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

7

Recta linea in circulo accommodari ſeu

coaptari dicitur, quũ eius extrema in circuli peripheria fuerint.



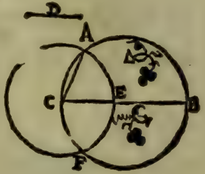
Προτάσεις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Probl.1.Propo.1.

In dato circulo, rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro nõ ſit maior.

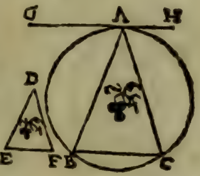


β

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Proble.2. Propo.2.

In dato circulo, triangulum deſcribere dato triã-gulo æquiangulum.

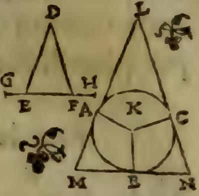


γ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Probl.3.Proop.3.

Circa datum circulum triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.

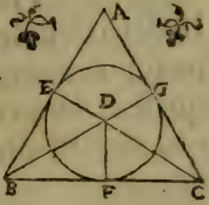


δ

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Probl. 4. Propo. 4.

In dato triangulo circulum inſcribere.

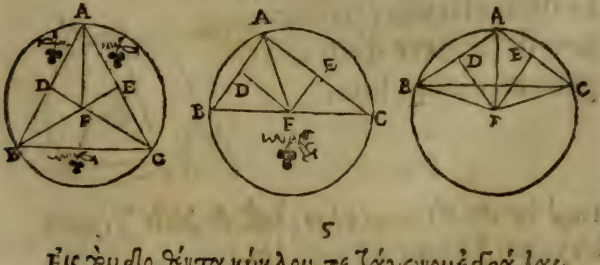


ε

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Probl..5.Propo.5.

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

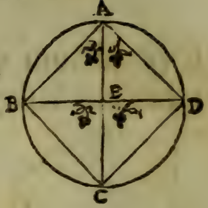


ς

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι;

Probl.6.Propo.6.

In dato circulo quadratũ deſcribere.

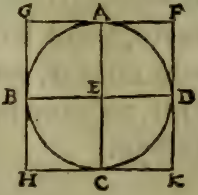


ζ

περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Probl.7.Propo.7.

Circa datum circulum, quadratum deſcribere.



η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Probl.8.Propo.8.

In dato quadrato circulum inſcribere.

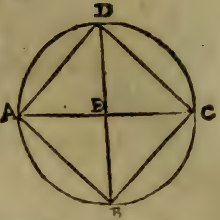


θ

περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Probl.9. Propo.9.

Circa datum quadratũ, circulum deſcribere.

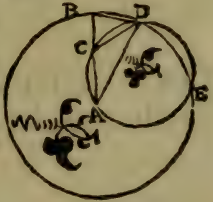


ι

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Probl.10. Propo.10.

Iſoſceles triangulũ cõſtituere, quod habeat vtrũque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum, duplum reliqui.

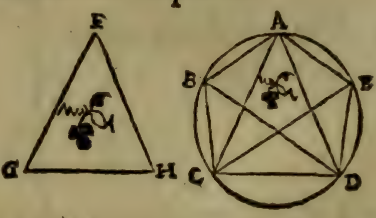


ια

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor.11. Propo.11.

In dato circulo, pentagωnum ęquilaterũ & æquiangulum inſcribere.



Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Proble.12.Propo.12.

Circa datum circulum, pentagωnum æquilaterũ & æquiangulum deſcribere.

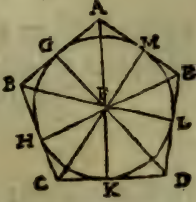


ιγ

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Proble.13.Propo.13.

In dato pentagωno æquilatero & æquiangulo, circulum inſcribere.

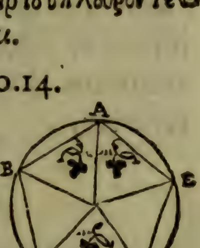


ιδ

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Probl.14.Propo.14.

Circa datum pentagωnũ ęquilaterum & æquiangu lum, circulũ deſcribere.

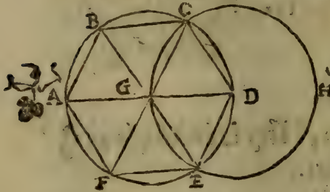


ιε

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Probl.15.Propo.15.

In dato circulo hexagonũ & æquilaterũ & ęquiangulum inſcribere.



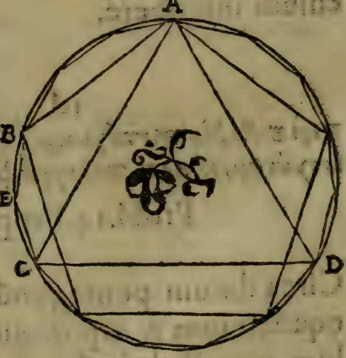


ις

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor.16.Propo.16.

In dato circulo quintidecagonũ & ęquilaterum & æquiangulum deſcribere.



Elementi quarti finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

ὅροι.

α

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

DEFINITIONES.

1

Pars eſt magnitudo magnitudinis minor maioris, quũ minor metitur maiorẽ.

β

Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2

Multiplex autẽ eſt maior minoris, cùm minor metitur maiorem.

γ

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικό-

τητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

3

Ratio, eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis mutua quædam ſecundum quantitatem habitudo.

δ

Ἀναλογία δέ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4

Proportio verò, eſt rationũ ſimilitudo.

ε

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

5

Rationem habere inter ſe magnitudinis dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſeſe mutuò ſuperare.

ς

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam,

quartã:cùm primę & tertiæ ęquè multiplicia à ſecũdę& quartæ ęquè multiplici bus,qualiſcunque ſit hæc multiplicatio, vtrunque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia ſunt,vel vnà excedunt, ſi ea ſumantur quę inter ſe reſpondent.

ϛ

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines , proportionales vocentur.

η

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8

Cùm verò æquè multipliciũ, multiplex primæ magnitudinis exceſſerit multiplicem ſecundæ,at multiplex tertiæ non exceſſerit multiplicem quartæ:tunc prima ad ſecundam,maiorem rationem habere dicetur , quàm tertia ad quartam.

θ

Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9

Proportio autem in tribus terminis pauciſsimis conſiſtit.

ι

ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

10

Cùm autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam. At cùm quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam, triplicatam rationem habere dicitur eius quam habet ad ſecūdam: & ſemper deinceps vno amplius, quandiu porportio extiterit.

ια

ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11

Homologæ, ſeu ſimiles ratione magnitudines dicuntur, antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes verò

conſequentibus.

ιβ

Ἐναλλὰξ λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12

Alterna ratio, eſt ſumptio ãtecedẽtis cõparati ad antecedentẽ, & conſequentis ad conſequentem.

ιγ

Ἀνάπαλιν λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13

Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis, ceu antecedentis, ad antedentem velut ad conſequentem.

ιδ

Σύνθεσις λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14

Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente ceu vnius, ad ipſum conſequentem.

ιε

Διαίρεσις δὲ λόγου, ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15

Diuiſio rationis, eſt ſumptio exceſſus

quo conſequentem ſuperat antecedẽs ad ipſum conſequentem.

ιε

Ἀναστροφὴ λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16

Conuerſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſum conſequentem.

ιζ

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17

Ex æqualitate ratio eſt, ſi plures duabus ſint magnitudines, & his aliæ multitudine pares quę binę ſumantur, & in eadem ratione: quum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimã, ſic & in ſecundis magnitudinibus prima ad vltimam ſeſe habuerit. vel aliter, ſumptio extremorũ per ſubductionem mediorum.

ιη

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον, ᾖ

ᾖ δὲ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

18

Ordinata proportio eſt, cùm fuerit quẽadmodum antecedens ad conſequentem, ita antecedens ad conſequẽtẽ: fuerit etiam vt conſequẽs ad aliud quidpiã, ita conſequens ad aliud quidpiam.

ιθ

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

19

Perturbata autem proportio eſt, tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares, cùm vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: vt autem in primis magnitudinibus cõſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

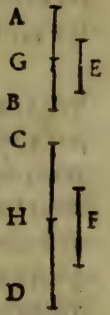
Προτάσεις.

α

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια, ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theor.1.Propo..1.

Si ſint quotcũque magnitudines quotcũque magnitudinũ æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quàm multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

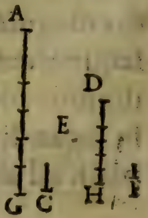


β

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theor.2. Propo.2.

Si prima ſecũdę æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æquè multiplex, atq; ſexta quartę: erit & compoſita prima

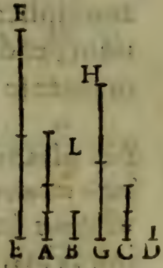


cum quinta, ſecũdæ æquè multiplex, atque tertia cum, ſexta quartæ.

γ

ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι' ἴσου, τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theor. 3. Propo. 3.



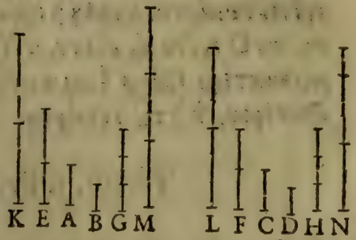
Si ſit prima ſecundæ æquè multiplex atq; tertia quartæ, ſumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ: erit & ex æquo ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autẽ quartæ.

δ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theor. 4. Propo. 4.

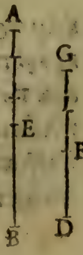
Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æquè multiplices ſecundæ & quartæ iuxta quanuis multiplicationem, eãdem habebunt rationem, ſi prout inter ſe reſpõdent, ita ſumptæ fuerint.



Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theor. 5. Propo. 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: etiam reliqua reliquę ita multiplex erit, vt tota totius.

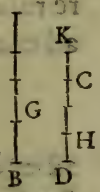


ε

Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια: καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theor.6.Propo.6.

Si duę magnitudines, duarum magnitudinum ſint æquè multiplices, & detractæ quędã ſint earundẽ æquè multiplices: & reliquæ eiſdẽ aut ęquales ſunt, aut æquè ipſarum multiplices.

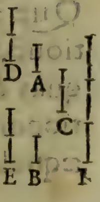


ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theor.7.Propo.7.

Æquales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

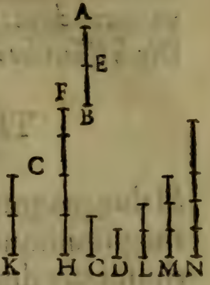


η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theor.8.Propo.8.

Inæqualium magnitudinum, maior ad eandem maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorē rationē habet, quàm ad maiorem.

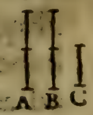


θ

τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theor.9.Propo.9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationē, æquales ſunt inter ſe: & ad quas eadem, eandem habet rationem, eæ quoque ſunt inter ſe æquales.



ι

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theor.10.Propo.10.



Ad eandem magnitudinem, ra tionẽ habentiũ, quæ maiorem rationem habet, illa maior eſt. ad quàm autem eadem maiorem rationẽ habet, illa minor eſt.

ια

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theor.11.Propo.11.

Quę eidẽ ſunt eędẽ rationes, & inter ſe ſunt eędem.

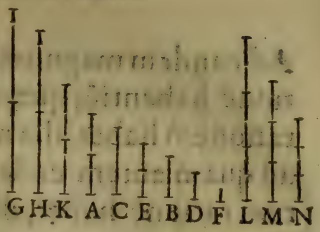


ιβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theor.12. Propo.12.

Si ſint magnitudines quotcũque proportionales, quẽadmodũ ſe habuerit vna antecedẽtium ad



vnam conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedẽes ad omnes conſequẽtes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον· καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theor.13. Propo.13.

Si prima ad ſecundã, eãdẽ habuerit rationẽ, quã tertia ad quartam, tertia verò ad quartã, maiorẽ rationẽ habuerit, quã quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecundã maiorẽ rationẽ habebit, quã quinta ad ſextã.

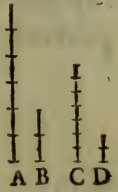


ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσαι, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor.14.Propo. 14.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quàm tertia maior fuerit: erit & ſecunda maior quàm quarta. Quòd ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ: ſi verò minor, & minor erit.

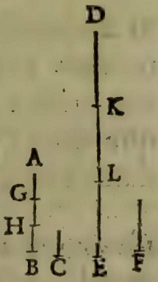


ιε

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα καταλλήλα.

Theor.15.Propo.15.

Partes, cum pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.

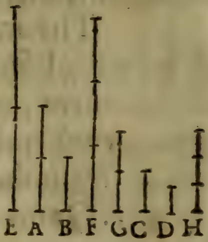


ις

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theor.16.Propo.16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & viciſsim proportionales erunt.

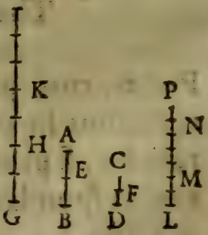


ιζ

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα, ἀνάλογον ἔσται.

Theor.17. Propo.17.

Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuiſæ proportionales erunt.

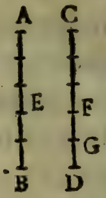


ιη

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theor.18.Propo.18.

Si diuiſæ magnitudines ſint proportionales, hæ quoque compoſitæ proportionales erunt.

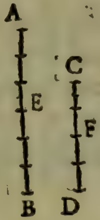


ιθ

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως, ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν: καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theor.19.Propo.19.

Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum ſe habuerit ad ablatum: & reliquum ad reliquum, vt totum ad totum ſe habebit.

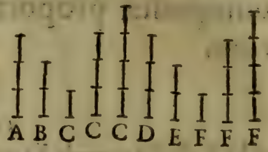


κ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον ἔλασσον.

Theor.20.Propo.20.

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione ſumãtur, ex æquo autẽ prima quàm tertiá maior fuerit: erit & quarta, quàm ſexta maior. Quòd ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextę: ſin illa minor, hęc quoque minor erit.

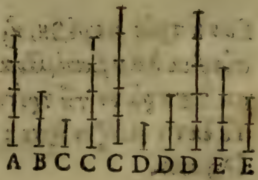


κα

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor.21.Propo.21.

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis, æquales numero quæ binæ & in eadẽ ratiõe ſumãtur, fueritque per-



turbata

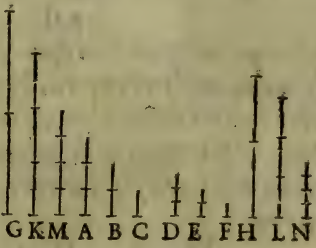
turbatá earum proportio, ex æquo autẽ prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm ſexta maior. quòd ſi prima tertiæ fuerit æqualis, etit & quarta æqualis ſextæ: ſin illa minor, hæc quoque minor erit.

κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theor.22.Propo.22.

Si ſint quotcũque magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ in eadẽ ratione ſumãtur, & ex æqualitate in eadem ratione erunt.

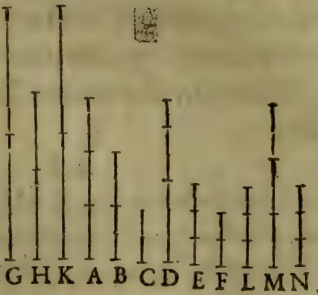


κγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

G

Theor.23.Propo.23.

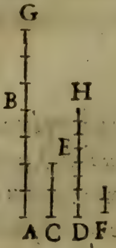


Si ſint tres magnitudines, aliæque ipſis æquales numero, quę binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit autem perturbata earum proportio: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

κδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theor.24.Propo.24.



Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quā tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad ſecundā eandem rationē, quam ſexta ad quartam: etiam cōpoſita prima cum quinta ad ſe-

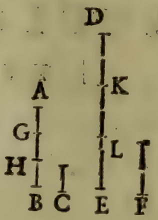
cundam eandem habebit rationem, quã tertia cum ſexta ad quartam.

κε

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theor.25.Propo.25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis duabus maiores erũt.



Elementi quinti finis.

ΕὙΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ἝΚΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

ὍΡΟΙ.

α.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

DEFINITIONES.

I

Similes figuræ rectilineæ, ſunt quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habēt, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales,proportionalia.

β

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2

Reriprocæ autem figuræ ſunt, cùm in vtraque figura antecedentes & conſequentes rationum termini fuerint.

γ

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3

Secundum extremam & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cùm vt tota ad maius ſegmentum, ita maius ad minus ſe habuerit.

δ

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4

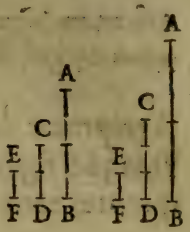
Altitudo cuiuſque figuræ, eſt linea perpē dicularis à vertice ad baſin deducta.

ε

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα λόγον.

5

Ratio ex rationibus cõponi dicitur, cùm rationũ quantitates inter ſe multiplicatæ aliquam ef fecerint rationem.



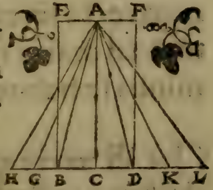
Προτάσεις.

α

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.1. Propo.1.

Triangula & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe vt baſes.



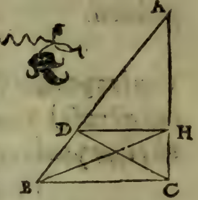
β

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theor.2. Propo.2.

Si ad vnum trianguli latus parallela du-

ĉta fuerit recta quædam linea : hæc proportionaliter ſecabit ipſius trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: quæ ad ſectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipſius trianguli latus parallela.

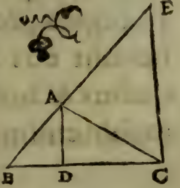


γ

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theor. 3. Propo. 3.

Si trianguli angulus bifariam ſectus ſit, ſecans autem angulum recta linea ſecuerit & baſim : baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera. Et ſi baſis ſegmenta eandem habeant rationem quam reliqua ipſius trianguli latera, recta li-



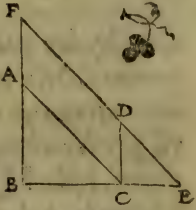
nea, quæ à vertice ad ſectionem producitur, ea bifariam ſecat trianguli ipſius angulum.

δ

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theor. 4. Propo. 4.

Æquiangulorum ttiangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.

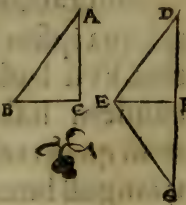


ε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theor. 5. Propo. 5.

Si duo triãgula latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.

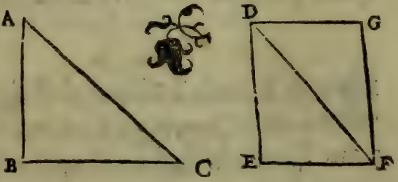


ς

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theor.6.Propo.6.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, æqualéſque habebunt angulos,



ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.

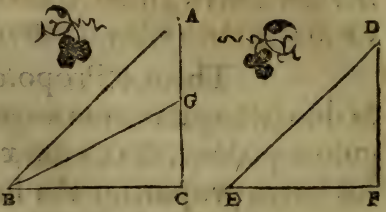
ζ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theor.7.Propo.7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angu-

los latera proportionalia habeant, reliquorum verò ſimul vtrunque aut minorem aut nō minorem recto: æquiangula erūt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circū quos proportionalia ſunt latera.

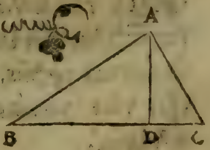


η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Theor. 8. Propo. 8.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit, quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.

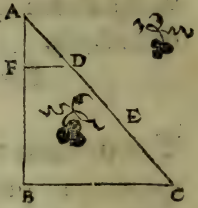


θ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Proble.1.Propo.9.

A data recta linea imperatam partem auferre.

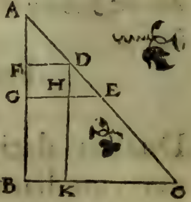


ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2.Propo.10.

Datam rectam lineã inſectam ſimiliter ſecare, vt data altera recta ſecta fuerit.

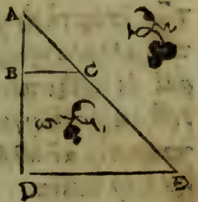


ια

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl.3.Propo.11.

Duab⁹ datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.

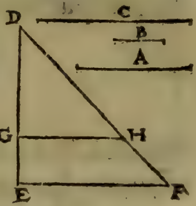


ιβ

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl.4.Propo.12.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalē adinuenire.

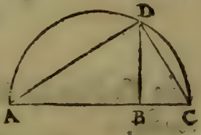


ιγ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl.5.Propoſi.13.

Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.

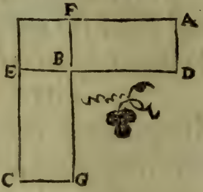


ιδ

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor.8.Propo.14.

Æqualium, & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnũ angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

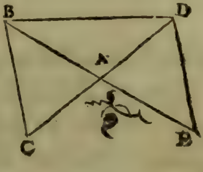


ιε

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor.10.Propo.15.

Æqualium, & vnum angulum vni ęqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos: & quorum triangulorum vnum angulũ vni æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, illa ſunt æqualia.

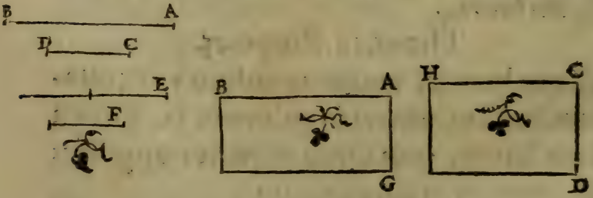


ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.11.Propo.16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehēditur rectangulum æquale eſt ei, quod ſub mediis comprehenditur rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale fuerit ei, quod ſub mediis cō tinetur rectangulo, illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

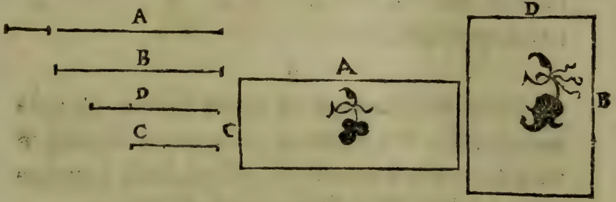


ιζ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.12.Propo.17.

Si tres rectæ lineæ ſint proportionales, quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquale eſt ei, quod à media deſcribitur quadrato: & ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei quod à media deſcribitur quadrato, illæ tres rectę lineæ proportionales erunt.

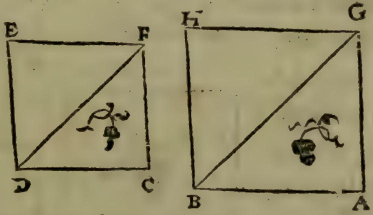


ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Probl.6.Propo.18.

A data recta linea, dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

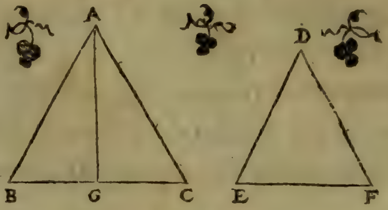


ιθ

τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor.13. Propo.19.

Similia triangula inter ſe ſunt in duplicata ratione laterũ homologorum.

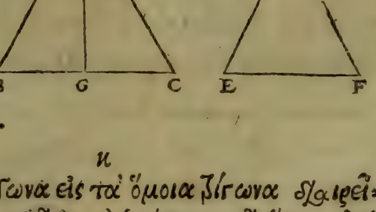


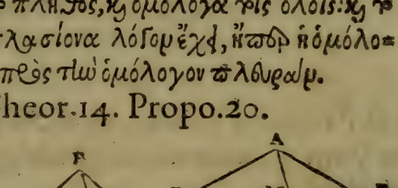
κ

τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor.14. Propo.20.

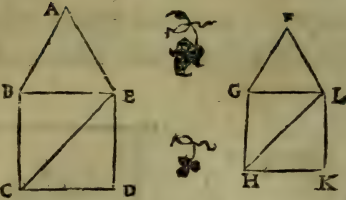
Similia polygωna in ſimilia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygωna du





plicatam

plicatã habent eam inter ſe rationem, quã latus homologum ad homologum latus.

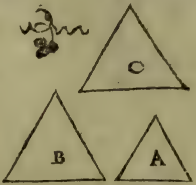


κα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theor.15.Propo.21.

Quæ eidẽ rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.



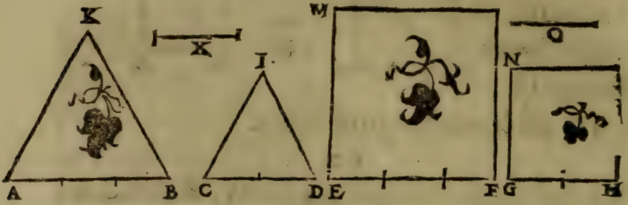
κβ

Ἐὰν τέσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.16.Propo.22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea ſimilia ſimilitérque deſcripta proportionalia erunt. Et ſi à rectis lineis ſimilia ſimilitérque

deſcripta rectilinea proportionalia fuerint, ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

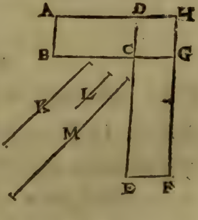




κγ

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor.17.Propo.23.



Æquiangula parallelogramma inter ſe rationẽ habent eam, quæ ex lateribus componitur.

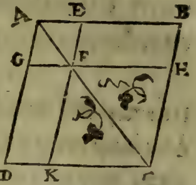
κδ

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theor.18.Propo.24.

In omni parallelogrãmo, quæ circa dia-

metrum ſunt parallelogramma, & toti & inter ſe ſunt ſimilia.

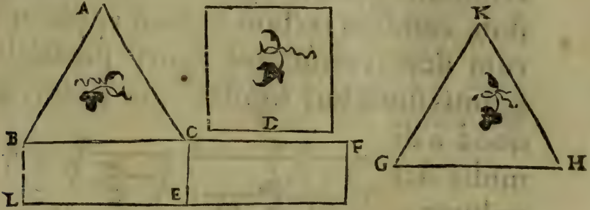


κε

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Probl.7.Propo.25.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale idem conſtituere.

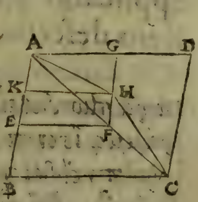


κϛ

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theor.19.Propo.26.

Si à parallelogrammo parallelo grãmum ablatum ſit & ſimile toti & ſimiliter poſitum communem



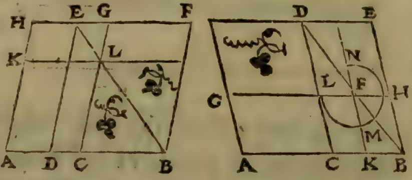
cum eo habens angulum, hoc circum eandem cum toto diametrum conſiſtit.

κζ

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Theor.20.Propo.27.

Omnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam lineam applicatorum deficientiúmque figuris parallelogrãmis ſimilibus ſimilitérque poſitis ei, quod à dimidia deſcribitur, maximum id eſt quod ad dimidiã



applicatur parallelogrãmum ſimile exiſtens defectui.

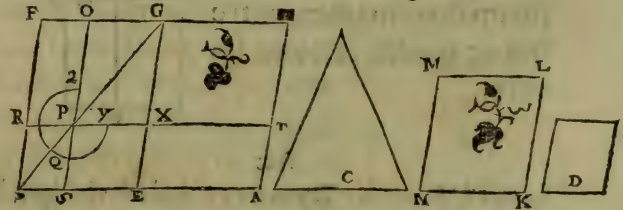
κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ

δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Probl.8.Propo.28.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ ſimilis ſit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum eſt, non maius eſſe eo quod ad dimidiam applicatur, cùm ſimiles ſint defectus & eius quod à dimidia deſcribitur, & eius cui ſimile deſſe debet.



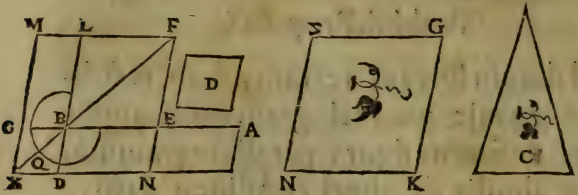
κθ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Probl.9.Propo.29.

Ad datam rectam lineam, dato rectili-

neo æquale parallelogrammum applica re, excedens figura parallelogrãma, quæ ſimilis ſit parallelogrammo alteri dato.

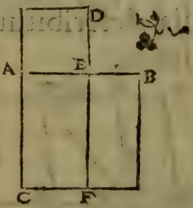


λ

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Proble.10.Propo.30.

Propoſitam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione ſecare.



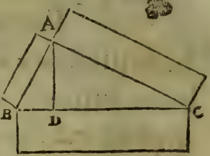
λα

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theor.21. Propo.31.

In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum ſubtendente

deſcripta æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum cõtinentibus deſcribuntur.

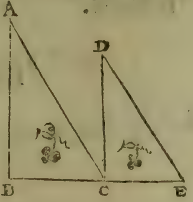


λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῆ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Theor.22.Propo.32.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundum vnum angulum compoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera ſint etiam parallela, tum reliqua illorũ triãgulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.



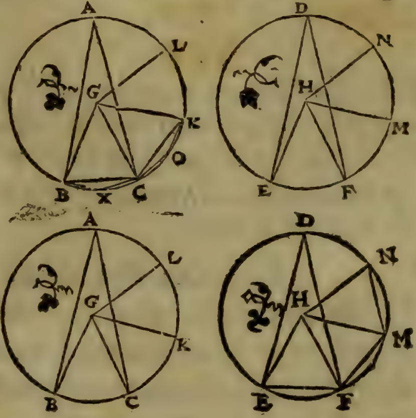
λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς

τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theor. 23. Propo. 33.

In æqualibus circulis anguli eãdem habent rationem cum ipſis peripheriis in quibus inſiſtunt, ſiue ad cẽtra, ſiue ad peripherias conſtituti illis inſiſtant peripheriis Inſuper verò & ſectores, quippe qui ad cẽtra conſiſtunt.



Elementi ſexti fin

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ἕβδομον.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEPTIMVM.

ὅροι.

α

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

DEFINITIONES.

1

Vnitas, eſt ſecundum quam entiũ quodque dicitur vnum.

β

Ἀριθμὸς δέ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

2

Numerus autem, ex vnitatibus compoſita multitudo.

γ

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3

Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cùm minor metitur maiorem.

δ

Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4

Partes autem, cùm non metitur.

ε

Πολλαπλάσιος δέ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

5

Multiplex verò, maior minoris, cùm maiorem metitur minor.

ϛ

Ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

6

Par numerus, eſt qui bifariam diuiditur.

ζ

Περισσὸς δέ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ, ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

7

Impar verò, qui bifariam non diuiditur. vel, qui vnitate differt à pari.

η

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀ-

ριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

8

Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerum parem.

θ

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

9

Pariter autem impar, eſt quē par numerus metitur per numerum imparem.

ι

Περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

10

Impariter verò impar numerus, eſt quē impar numerus metitur per numerum imparem.

ια

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

11

Primus numerus, eſt quem vnitas ſola metitur.

ιβ

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

12

Primi inter ſe numeri ſunt, quos ſola vnitas menſura communis metitur.

ιγ

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

13

Compoſitus numerus eſt, quem numerus quiſpiam metitur.

ιδ

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

14

Compoſiti autem inter ſe numeri, ſunt quos numerus aliquis menſura communis metitur.

ιε

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

15

Numerus numerũ multiplicare dicitur, cùm toties compoſitus fuerit is qui multiplicatur, quot ſunt in illo multiplicãte vnitates, & procreatus fuerit aliquis.

ις

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

16

Cùm autẽ duo numeri mutuò ſeſe mul-

tiplicantes quempiam faciunt, qui factus erit planus appellabitur, qui verò numeri mutuò ſeſe multiplicarint, illius latera dicentur.

ιζ

ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτῶν οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

17

Cùm verò tres numeri mutuò ſeſe multiplicantes quempiam faciunt, qui procreatus erit ſolidus appellabitur, qui autem numeri mutuò ſeſe multiplicarint, illius latera dicentur.

ιη

τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος. ἢ, ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

18

Quadratus numerus, eſt qui æqualiter æqualis. vel, qui à duobus æqualibus numeris continetur.

ιθ

κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ, ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

19

Cubus verò, qui æqualiter ęqualis æqualiter. vel, qui à tribus æqualibus numeris continetur.

κ

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

20

Numeri proportionales ſunt, cùm primus ſecundi, & tertius quarti æquè multiplex eſt, vel eadem pars, vel eædem partes.

κα

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

21

Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habent latera.

κβ

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

22

Perfectus numerus, eſt qui ſuis ipſius partibus eſt æqualis.

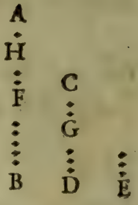
Πρότασις.

α

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor.1. Propo.1.

Duobus numeris inæqualibus propoſitis, ſi detrahatur ſemper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque reliquus vnquam metiatur præcedentem quoad aſſumpta ſit vnitas: qui principio propoſiti ſunt numeri primi inter ſe erunt.

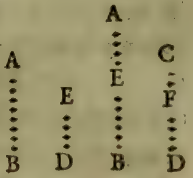


β

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Probl.1. Propo.2.

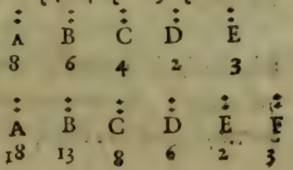
Duobus numeris datis non primis inter ſe, maximam eorum communem mēſuram reperire.



γ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 2. Propo.3.



Tribus numeris datis non primis

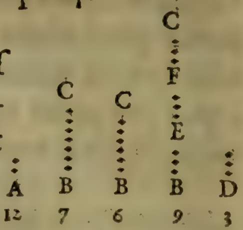
inter ſe, maximam eorum communem menſuram reperire.

δ

Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη.

Theor. 2. Propo. 4.

Omnis numerus, cuiuſque numeri minor maioris aut pars eſt, aut partes.

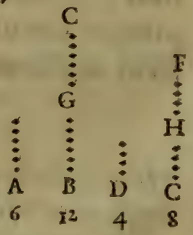


ε

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor. 3. Propo. 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & ſimul vtérque vtriuſque ſimul eadē pars erit, quæ vnus eſt vnius.



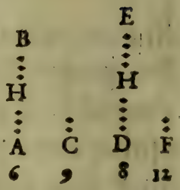
ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor.

Theor.4.Propo.6.

Si numerus ſit numeri partes, & alter alteriꝰ eædem partes, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eædẽ partes erunt, quæ ſunt vnus vnius.

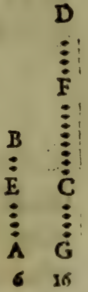


ζ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor.5.Propo.7.

Si numerus numeri eadẽ ſit pars quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eadẽ pars erit quæ totus eſt totius.

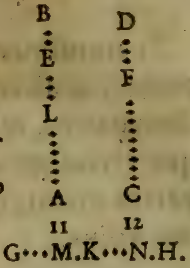


η

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor.6.Propo.8.

Si numerus numeri eædẽ ſint partes quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eędem partes erunt, quæ ſunt totus totius.

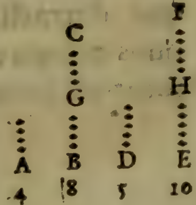


θ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Theor.7.Propo.9.

Si numerus numeri pars ſit, & alter alterius eadẽ pars, & viciſsim quę pars eſt vel partes primus tertii, eadẽ pars erit vel eędem partes & ſecundus quarti.

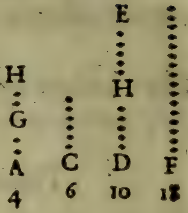


ι

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Theor.8. Propo.10.

Si numerus numeri partes ſint, & alter alterius eædem partes, etiam viciſsim quæ ſunt partes aut pars primus tertii, eædem partes erunt vel pars & ſecundus quarti.

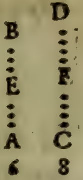


ια

Ἐὰν ᾖ ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Theor.9. Propo.11.

Si quemadmodum ſe habet totus ad totũ ita detractus ad detractum, & reliquus ad reliquum ita habebit vt totus ad totum.

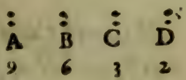


ιβ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Theor.10. Propo.12.

Si ſint quotcunque numeri proportionales, quẽadmodum ſe habet vnus antecedentium ad vnum ſequentium, ita



ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor:11. Propo.13.

Si quatuor numeri ſint proportionales, & viciſſim proportionales erũt.

A	B	C	D
12	4	9	3

ιδ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοί, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor.12. Propo.14.

Si ſint quotcunque numeri & alii illis æquales multitudine, qui bini ſumantur & in eadem ratione: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

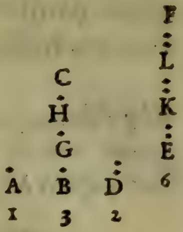
A	B	C	D	E	F
12	6	3	8	4	2

ιε

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Theor.13.Propo.15.

Si vnitas numerum quēpiam metiatur, alter verò numerus alium quēdam numerũ æquè metiatur, & viciſsim vnitas tertiũ numerum ęquè metietur atque ſecundus quartum.

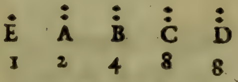


ιε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζοντες ἀλλήλους ποιῶσι τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor.14.Propo.16.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes faciāt aliquos, qui ex illis geniti fuerint inter ſe æquales erunt.



ιζ

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάζας ποιῇ τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι πολλαπλασιασθεῖσιν.

Theor.15.propo.17.

Si numerus duos numeros multiplicans

faciat aliquos,qui ex illis procreati erunt eandem ra tionem habebunt quam multiplicati.

I	A	B	C	D	E
1	3	4	5	12	15

ιη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Theor.16.propo.18.

Si duo numeri nume rum quempiam mul- tiplicantes faciant ali quos,geniti ex illis eandem habebunt ra tionem,quam qui illum multiplicarunt.

A	B	C	D	E
4	5	3	12	15

ιθ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γινόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.17.Propo.19.

Si quatuor numeri ſint proportionales, qui ex primo & quarto fit æqualis erit ei qui ex ſecundo & tertio : & ſi qui ex pri- mo & quarto fit numerus æqualis ſit ei

qui ex ſecundo & tertio, illi quatuor numeri porportionales erunt.

A	B	C	D	E	F	G
6	4	3	2	12	12	18

κ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.18.Propo.20.

Si tres numeri ſint proportionales, qui ab extremis cõtinetur æqualis eſt ei qui à medio efficitur. Et ſi qui ab extremis continetur æqualis ſit ei qui à medio deſcribitur, illi tres numeri proportionales erunt.

A	B	C
9	6	4

D
6

κα

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις, ὅ,τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα.

Theor. 19. Propo.21.

Minimi numeri omniũ qui eandem cum eis rationẽ habent, æqualiter metiuntur numeros ean-

D	L		
G	H		
C	E	A	B
4	3	8	6

dem rationem habentes, maior quidem maiorem, minor verò minorem.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor.20.Propo.22.

Si tres ſint numeri & alii multitudine illis æquales, qui bini ſumantur & in eadẽ ratione, ſit autem perturbata eorũ proportio, etiã ex æqualitate in eadẽ ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	12	8	6

κγ

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor.21.Propo.23.

Primi inter ſe numeri minimi ſunt omnium eãdem cum eis rationem habẽtium.

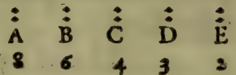
A	B	E	C	D
5	6	2	4	3

κδ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theorem.22. Propoſitio 24.

Minimi numeri omnium eandem cũ eis rationem habẽtium, primi ſunt inter ſe.

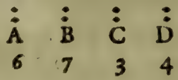


κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor.23.Propo.25.

Si duo numeri ſint primi inter ſe, qui alterutrum illorũ metitur numerus, is ad reliquum primus erit.

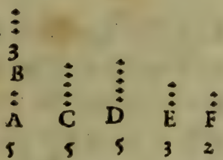


κϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Theor.24.Propo.26.

Si duo numeri ad quempiam numerũ primi ſint, ad eundẽ primus is quoque futurus eſt qui ab illis productus fuerit.

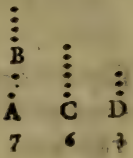


κζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor.25.Propo.27.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, qui ab vno eorũ gignitur ad reliquum primus erit.

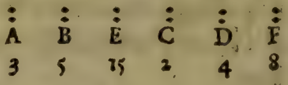


κη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor.26.Propo.28.

Si duo numeri ad duos numeros ambo ad vtrumque primi ſint, & qui ex eis gignentur primi inter ſe erunt.



κθ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινά, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor.27.Propo.29.

Si duo numeri primi ſint inter ſe,& multiplicãs vterq; ſeipſum procreet aliquẽ, qui ex iis producti fuerint, primi inter ſe erunt. Quòd ſi numeri initio propoſiti multiplicantes eos qui producti ſunt, effecerint aliquos, hi quoque inter ſe primi erunt,& circa extremos idem hoc ſemper eueniet.

A	C	E	B	D	F
3	6	27	4	16	63

λ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται. καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor.28.Propo.30.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, etiam ſimul vterque ad vtrunque illorum primus erit. Et ſi ſimul vterque ad vnum aliquem eorũ primus ſit, etiã qui initio poſiti ſunt numeri primi inter ſe erunt.

	C	
A	B	D
7	5	4

λα

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Theor.29.Prop.31.

Omnis primus numerus ad omnem numerum quem nõ metitur, primus eſt.

A B C
7 10 5

λβ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Theor.30.Propo.31.

Si duo numeri ſeſe mutuò multiplicãtes faciant aliquem, hũc autem ab illis productũ metiatur primus quidam numerus, is alterum etiam metitur eorũ qui initio poſiti erant.

A B C D E
2 6 12 3 4

λγ

Ἅπας σύνθετος ἀριθμός, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor.31.Prop.33.

Omnẽ cõpoſitum numerum aliquis primus metietur.

A B C
27 9 3

λδ

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor.32.Pro.34.

Omnis numer⁹ aut primus eſt, aut eũ aliquis primus metitur.

A A
3 6 3

λε

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Probl.3.Propo.35.

Numeris datis quotcunque, reperire minimos omnium qui eandem cum illis ra

tionem habeant.

A B C D E F G H K I M
6 8 12 2 3 4 6 2 3 4 3

λς

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετρῦσιν ἀριθμόν.

Probl.4.Propo.36.

Duobus numeris datis, reperire quem illi minimum metiantur numerum.

B
A C D E F
7 12 8 4 5

B
A
F E C D G H
6 9 12 9 2 3

λζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Theor.33.Propo.37.

Si duo numeri numerum quempiam metiantur, & minimus quem illi metiuntur eũdem metietur.

F
A [B E C
2 3 6 12

λη

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετρῦσιν ἀριθμόν.

Probl.5.Prop.38.

Tribus numeris datis reperire quẽ minimum numerum illi metiãtur.

A B C D E
3 4 6 12 8

A B C D E F
3 6 8 12 24 16

λθ

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Theor.34. Propo.39.

Si numerum quiſpiam numerus metiatur, menſus partem habebit metienti cognominem.

A	B	C	D
12	4	3	1

μ

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Theor.35. Propo.40.

Si numerus partem habuerit quamlibet, illum metietur numerus parti cognominis.

A	B	C	D
8	4	2	1

μα

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Proble.6. Propo.41.

Numerum reperire, qui minimus cùm ſit, datas habeat partes.

A	B	C	G	H
2	3	4	12	10

Elementi ſeptimi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ὄγδοον.

EVCLIDIS ELEMENTVM OCTAVVM.

α

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor.1.Propo.1.

Si ſint quotcunque numeri deinceps pro portionales, quorũ extremi ſint inter ſe primi, minimi ſunt omnium eandem cum eis rationem habentium.

A	B	C	D	E	F	G	H
8	12	18	27	6	8	12	18

β

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Probl.1.Propo.2.

Numeros reperire deinceps porportionales minimos, quotcũque iuſſerit quiſpiam in data ratione.

A	B	C	D	E	F	G	H	K
3	4	9	12	16	27	36	49	64

γ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theor.2. Prop.3.Conuerſa primæ.

Si ſint quotcunque numeri dinceps proportionales minimi habentium eandem cum eis rationem, illorum extremi ſunt inter ſe primi.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O
27	36	48	64	3	4	9	12	16	27	36	48	64

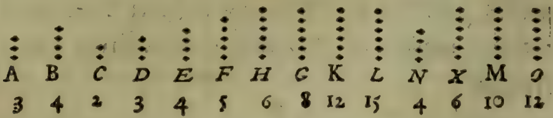
δ

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Pro-

Proble. 2. Propo. 4.

Rationibus datis quotcunque in minimis numeris reperire numeros deinceps minimos in datis rationibus.

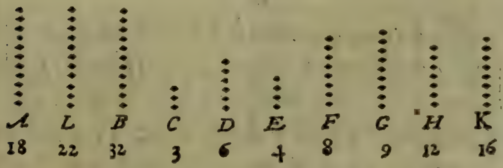


ε

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor. 3. Propo. 5.

Plani numeri rationem inter ſe habent ex lateribus compoſitam.

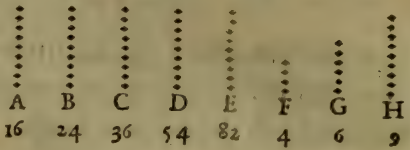


ς

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδένα μετρήσει.

Theor.4.Propo.6.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportio



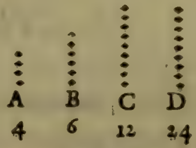
nales, primus autem ſecundum non metiatur, neque alius quiſquam vllum metietur.

ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Theor.8.propo.7.

Si ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur, is etiã ſecundum metietur.



η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.6. Propo.8.

Si inter duos numeros medii continua

proportione incidant numeri, quot inter eos medii continua proportione incidunt numeri, tot & inter alios eandem cum illis habentes rationem medii continua proportione incident.

A	C	D	B	G	H	K	L	C	M	N	F
4	9	27	81	1	3	9	27	2	6	18	54

ϑ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor. 7. Propo. 9.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, & inter eos medii continua proportione incidant numeri, quot inter illos medii cõtinua proportione incidunt numeri, totidem & inter vtrunque eorum ac vnitatem deinceps medii continua proportione incident.

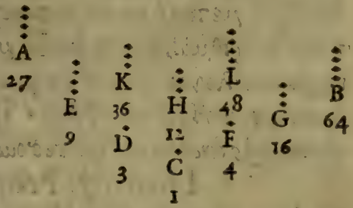
A	M	H	E	F	N	C	K	X	G	D	L	O	B
27	27	9	36	3	36	1	12	48	4	48	16	64	64

ι

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.8. Propo.10.

Si inter duos numeros & vnitatẽ continuè proportionales incidant numeri, quot inter vtrũque ipſorum & vnitatẽ deinceps medii continua proportione incidũt numeri, totidem & inter illos medii continua proportione incident.



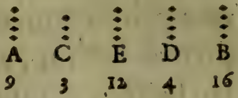
ια

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor.9.Propo.11.

Duorum quadratorum numerorũ vnus medius proportionalis eſt numerus: &

quadratus ad quadratum duplicatam habet lateris ad latus rationem.

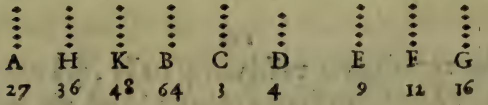


ιβ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor.10.Propo.12.

Duorum cuborum numerorum duo medii proportionales ſunt numeri: & cubus ad cubum triplicatam habet lateris ad latus rationem.



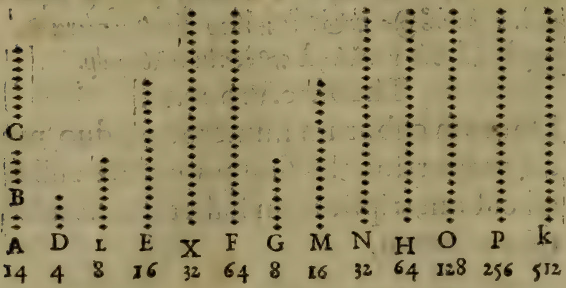
ιγ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor. 11. Propo. 13.

Si ſint quotlibet numeri deinces proportionales, & multiplicãs quiſque ſeipſum

faciat aliquos, qui ab illis producti ſuerint proportionales erunt: & ſi numeri primum poſiti, ex ſuo in procreatos ductu faciant aliquos, ipſi quoque proportionales erunt.

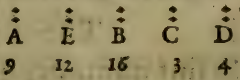


ιδ

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor.12. Propo.14.

Si quadratus numerus quadratum numerum metiatur, & latus vnius metietur latus alterius. Et ſi vniꝰ quadrati latus metiatur latus alterius, & quadratus quadratum metietur.



ιε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor.13.Propo.15.

Si cubus numerus cubum numerũ metiatur, & latus vnius metietur alterius latus. Et ſi latus vnius cubi latus alterius metiatur, tum cubus cubum metietur.

A	H	K	B	C	D	E	F	G
8	16	28	64	2	4	4	8	16

ις

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει, κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor.14.Propo.16.

Si quadratus numerus quadratũ numerum nõ metiatur, neque latus vnius metietur alterius latus. Et ſi latus vnius quadrati non metiatur latus alterius, neque quadratus quadratum metietur.

A	B	C	D
9	16	3	4

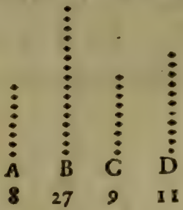
K iiii

ιζ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ᾽ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ᾽ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor.15.Propo.17.

Si cubus numerus cubum numerum nõ metiatur, neq; latus vnius latus alterius metietur. Et ſi latus cubi alicuius latus alterius nõ metiatur, neque cubus cubum metietur.

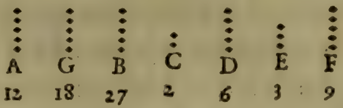


ιη

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor.16.Propo.18.

Duorum ſimilium planorum numerorũ vnus medius proportionalis eſt numerus: & planus ad planum duplicatam habet lateris homologi ad latus homologum rationem.

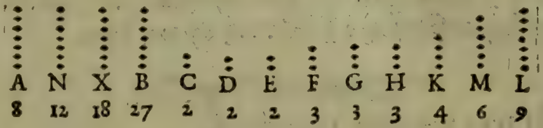


ιθ

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor.17. Propo.19.

Inter duos ſimiles numeros ſolidos, duo medii proportionales incidunt numeri. & ſolidus ad ſimilem ſolidum triplicatā rationem habet lateris homologi ad latus homologum.

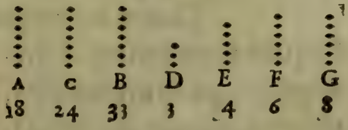


κ

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Theor.18. Propo.20.

Si inter duos numeros vnus medius proportionalis incidat numerus, ſimiles plani erunt illi numeri.



κα

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Theor.19.Propo.21.

Si inter duos numeros duo medii proportionales incidant numeri, ſimiles ſolidi ſunt illi numeri.

A	C	D	B	E	F	G	H	K	L	M
27	36	44	64	9	12	16	3	3	3	4

κβ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Theor.20.Propo.22.

Si tres numeri deinceps ſint proportionales, primus autem ſit quadratus, & tertius quadratus erit.

A	B	D
9	15	25

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Theor.21.propo.23.

Si quatuor numeri deinceps ſint porportionales, primus autem ſit cubus, & quartus cubus erit.

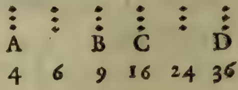
A	B	C	D
8	12	18	27

κδ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Theor.22.Propo.24.

Si duo numeri rationem habeãt inter ſe quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, primus autẽ ſit quadratus, & ſecũdus quadratus erit.

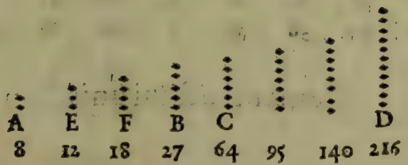


κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Theor.23.Propo.25.

Si numeri duo rationem inter ſe habeãt quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus ſit, & ſecundus cubus erit.

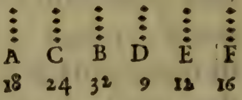


κϛ

οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Theor.24.Propo.26.

Similes plani numeri rationem inter ſe habēt, quā quadratus numerus ad quadratū numerum.

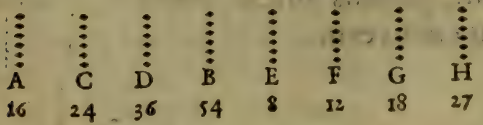


κζ

οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Theor.25.Propo.27.

Similes ſolidi numeri rationem habent inter ſe, quam cubus numerus ad cubū numerum.



Elementi octaui finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ἜΝΝΑΤΟΝ.

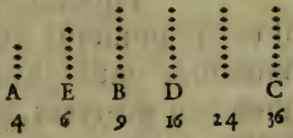
EVCLIDIS ELEMENTVM NONVM.

α

ἘΆν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Theor.1.Prop.1.

Si duo ſimiles plani numeri mutuò ſeſe multiplicantes quendam procreent, productus quadratus erit.



β

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζοντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι.

Theor.2.Propo.2.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes quadratum faciant, illi ſimiles ſunt plani.

A		B	D		C
4	6	12	9	18	36

γ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor.3.Propo.3.

Si cubus numerus ſeipſum multiplicãs procreet aliquem, productus cubus erit.

Vnitas.	D	D	A			B
	3	4	8	16	32	64

δ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor.4.Propo.4.

Si cubus numerus cubũ numerum multiplicans quendam procreet, procreatus cubus erit.

A	B	D	C
8	27	64	216

ε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιαθεὶς κύβος ἔσται.

Theor.5.Propo.5.

Si cubus numerus numerum quendam multiplicãs cubum procreet,& multiplicatus cubus erit.

A	B	D	C
27	64	729	1728

ς

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Theor.6.Propo.6.

Si numerus ſeipſum multiplicans cubum procreet, & ipſe cubus erit.

A	B	C
27	729	19683

ζ

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Theor.7.Propo.7.

Si compoſitus numerus quendam numerum multiplicans quempiam procreet, productus ſolid⁹ erit.

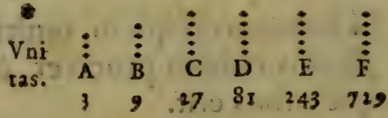
A	B	C	D	E
6	8	48	2	3

η

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνός ἐστι, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος, καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Theor.8.Propo.8.

Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales ſint, tertius ab vnitate quadratus eſt, & vnũ intermittentes omnes: quartus autẽ cubus, & duobus intermiſsis omnes: ſeptimus verò cubus ſimul & quadratꝰ, & quinque intermiſsis omnes.



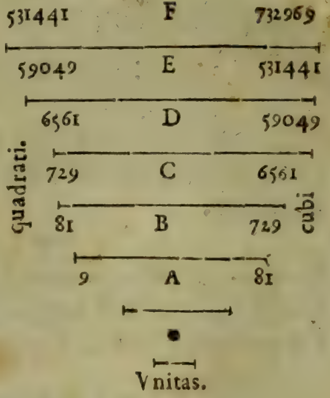
θ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Theor.9.Propo.9.

Si ab vnitate ſint quotcũque numeri deinceps proportionales, ſit autem quadratus

dratus is qui vnitatẽ ſequitur, & reliqui omnes quadrati erunt. Quòd ſi qui vnitatem ſequitur cubus ſit, & reliqui omnes cubi erunt.

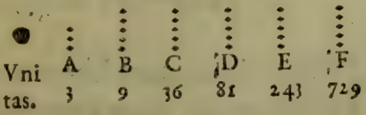


ι

Ἐ'ὰμ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Theor.10. Propo.10.

Si ab vnitate numeri quotcunque proportionales ſint, non ſit autem quadratus is qui vnitatem ſequitur, neque alius vllꝰ qua-



dratus erit, demptis tertio ab vnitate ac omnibus vnum intermittẽtibus. Quòd ſi qui vnitatem ſequitur cubus non ſit, neque alius vllus cubus erit, dẽptis quarto ab vnitate ac omnibus duos intermittentibus.

ια

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theor.11.Propo.11.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps proportionales ſint, minor maiorẽ metitur per quempiam eorũ qui ĩ proportionalib⁹ ſunt numeris.

A	D	C	D	E
1	2	4	8	16

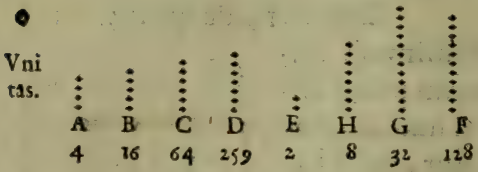
ιβ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ᾽ ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρεῖται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Theor.12.Propo. 12.

Si ab vnitate quotlibet numeri ſint proportionales, quot primorum numerorũ

vltimum metiuntur,totidem & eum qui vnitati proximus eſt,metientur.

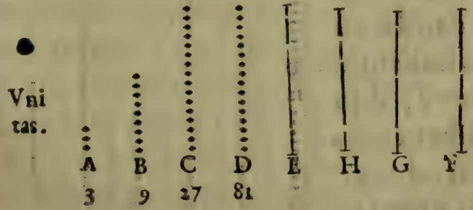


ιγ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀναλογον ἀριθμοῖς.

Theor.13.Propoſi.13.

Si ab vnitate ſint quotcũque numeri deinceps proportionales,primus autem ſit qui vnitatem ſequitur, maximum nullus alius metietut,iis exceptis qui in proportionalibus ſunt numeris.

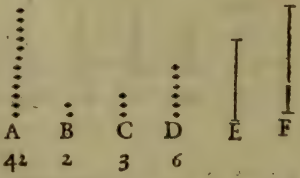


ιδ

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Theor.14.Propo.14.

Si minimum numerum primi aliquot numeri metiantur, nullus alius numerus primus illum metietur, iis exceptis qui primò metiuntur.

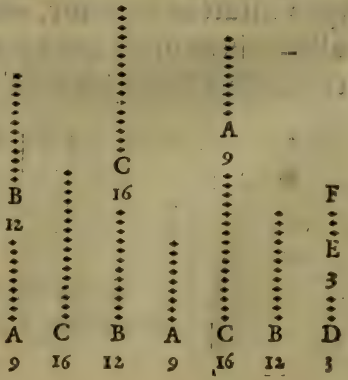


ιε

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Theor.15.Propo.15.

Si tres numeri deinceps proportionales ſint minimi eandē cū ipſis habentiū rationē, duo quilibet compoſiti ad tertium primi erunt.

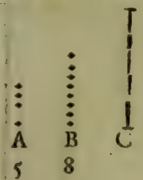


ις

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor.16.Propo.16.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, non ſe habebit quemadmodum primus ad ſecundum, ita ſecundus ad quempiam alium.

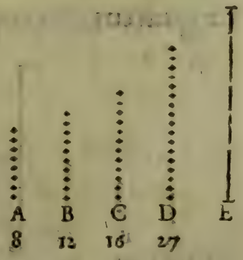


ιζ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor. 17. Propo.17.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, quorum extremi ſint inter ſe primi, nõ erit quemadmodum primus ad ſecũdum, ita vltimus ad quempiam alium.

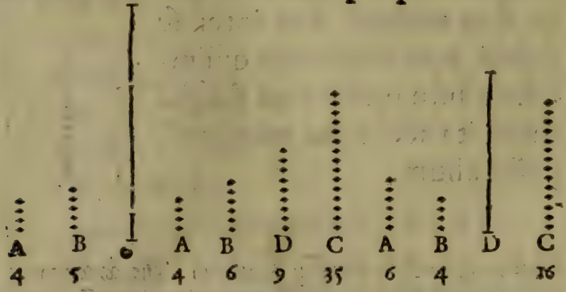


ιη

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor.18.Propo.18.

Duobus numeris datis, conſiderare poſſitne terti⁹ illis inueniri proportionalis.

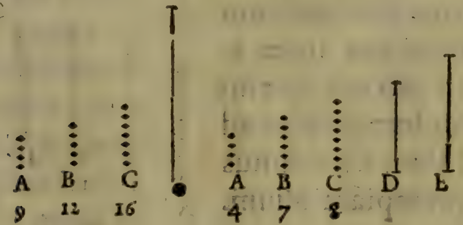


ιθ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor.9.Propo.19.

Tribus numeris datis, cōſiderare poſsit-ne quartus illis reperiri proportionalis.

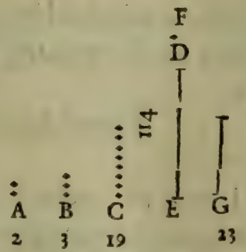


κ

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Theor.20.Propo.20.

Primi numeri plures ſunt quacunque propoſita multitudine primorum numerorum.

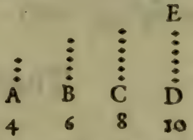


κα

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστι.

Theor. 21. Propo.21.

Si pares numeri quotlibet compoſiti ſint, totus eſt par.



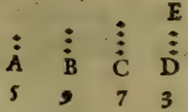
κα

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Theor.22. Propo.22.

Si impares numeri quotlibet compoſiti

ſint, ſit autem par illorum multitudo, totus par erit.

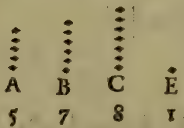


κγ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Theor.23.propo.23.

Si impares numeri quotcunque compoſiti ſint, ſit autē impar illorum multitudo, & totus impar erit.

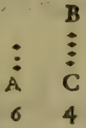


κδ

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor.24.Propo.24.

Si de pari numero par detractus ſit, & reliquus par erit.

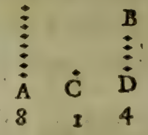


κε

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor.25. Propo.25.

Si de pari numero impar detractus ſit, & reliquus impar erit.

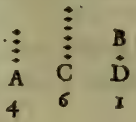


κϛ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor.26. Propo.26.

Si de impari numero impar detractus ſit, & reliquus par erit.

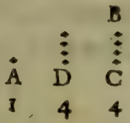


κζ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor.27. Propo.27.

Si ab impari numero par ablatus ſit, reliquus impar erit.

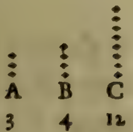


κη

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Theor.28.Propo.28.

Si impar numerus parē multiplicans procreet quempiā, procreatus par erit.

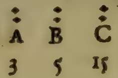


κθ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Theor.29.Propo.29.

Si impar numerus imparē nu merū multiplicās quēdā procreet, procreatus impar erit.

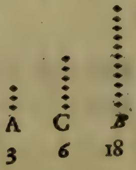


λ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ μετρήσει.

Theor.30.Propo.30.

Si impar numerus parem numerum metiatur, & illius dimidium metietur.

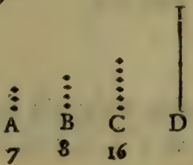


λα

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Theor.31.Propo.31.

Si impar numerus ad nu merum quēpiam primus ſit, & ad illius duplum pri mus erit.

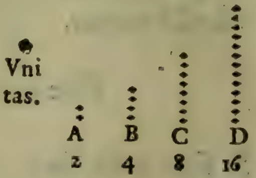


λβ

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Theor.32.Prop.32.

Numerorũ, qui à binario dupli ſunt, vnuſquiſque pariter par eſt tantùm.



λγ

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Theor.33. Propo.33.

Si numerus dimidium impar habeat, pariter impar eſt tantum.



λδ

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Theor.34.Propo.34.

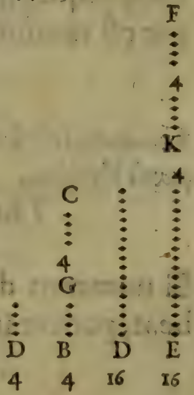
Si par numerus nec ſit duplus à binario, nec dimidiũ impar habeat, pariter par eſt & pariter impar.



λε

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Theor.35. Propo.35.



Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, detrahãtur autem de ſecundo & vltimo æquales ipſi primo, erit quemadmodum ſecundi exceſſus ad primum, ita vltimi exceſſus ad omnes qui vltimum antecedunt.

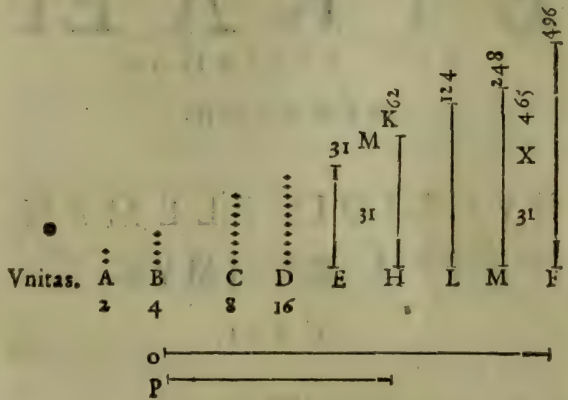
λϛ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Theor.36. Propo.36.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps

expoſiti ſint in duplici proportione quoad totus compoſitus primus factus ſit, iſque totus in vltimum multiplicatus quẽpiã procreet, procreatus perfectus erit.



Elementi noni finis.

ΕΥ̓ΚΛΕΊΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΔΈΚΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVM.

ὅροι.

α

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

DEFINITIONES.

I

Commenſurabiles magnitudines dicuntur illę, quas eadē menſura metitur.

β

Ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

2

Incommenſurabiles verò magnitudines dicuntur hæ, quarum nullam menſuram communem contingit reperiri.

γ

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

3

Lineæ rectæ potentia commenſurabiles ſunt, quarum quadrata vna eadē ſuperficies ſiue area metitur.

δ

Ἀσύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

4

Incōmenſurabiles verò lineæ ſunt, quarum quadrata, quæ metiatur area communis, reperiri nulla poteſt.

ε

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. Καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή.

5

Hæc cū ita ſint, oſtēdi poteſt quòd quātacunque linea recta nobis proponatur,

exiſtunt etiam aliæ lineæ innumerabiles eidem commenſurabiles, aliæ item incõmenſurabiles, hæ quidem longitudine & potentia: illę vero potentia tantùm. Vocetur igitur linea recta, quantacunque proponatur, ῥητὴ, id eſt rationalis.

ς

Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

6

Lineæ quoque illi ῥητῇ commenſurabiles ſiue lõgitudine & potẽtia, ſiue potentia tantum, vocentur & ipſæ ῥηταί, id eſt rationales.

ζ

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

7

Quæ verò lineæ ſunt incommenſurabiles illi τῇ ῥητῇ, id eſt primo loco rationali, vocentur ἄλογοι, id eſt irrationales.

·η

Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

8

Et quadratũ quod à linea propoſita deſcribitur quam ῥητὴν vocari voluimus, vocetur ῥητόν.

Καὶ τὰ

ϑ

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

9

Et quæ ſunt huic commenſurabilia, vocentur ῥητά.

ι

Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

10

Quæ verò ſunt illi quadrato ῥητῷ ſcilicet incommenſurabilia, vocentur ἄλογα, id eſt ſurda.

ια

Καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι. εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὗται αἱ πλευραί. εἰ δὲ ἕτερα τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

11

Et lineæ quæ illa incommēſurabilia deſcribunt, vocentur ἄλογοι. Et quidem ſi illa incommenſurabilia fuerint quadrata, ipſa eorum latera vocabuntur ἄλογοι lineæ. quòd ſi quadrata quidem non fuerint, verùm aliæ quæpiam ſuperficies ſiue figuræ rectilineæ, tunc verò lineæ illæ quæ deſcribūt quadrata æqualia figuris rectilineis, vocentur ἄλογοι.

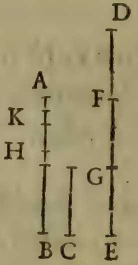
Προτάσεις. α.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μεί-

ζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, ληφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Theor. 1. Propo. 1.

Duabus magnitudinibꝰ inęqualibus propoſitis, ſi de maiore detrahatur plus dimidio, & rurſus de reſiduo iterum detrahatur plus dimidio, idque ſemper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propoſitis.

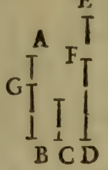


β

Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 2. Propo. 2.

Duabus magnitudinibus propoſitis inæqualibus, ſi detrahatur ſemper minor de maiore, alterna quadã detractione, neque reſiduũ vnquam metiatur id quod



ante ſe metiebatur, incommenſurabiles ſunt illæ magnitudines.

γ

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Plobl.1.Propo.3.

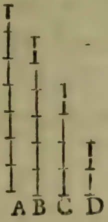


Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam ipſarum communem menſuram reperire.

δ

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Theor.2.Propo.4.



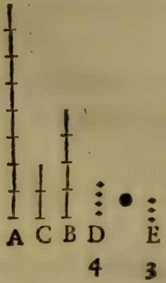
Tribus magnitudinibus cõ menſurabilibus datis, maximam ipſarum communem menſuram reperire.

ε

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor.3.Propo.5.

Commenſurabiles magnitudines inter ſe proportionem eam habẽt, quam habet numerus ad numerum.

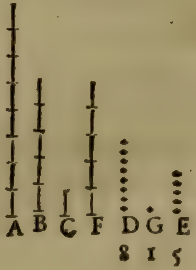


ε

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Theor.4.Propo.6.

Si duæ magnitudines proportionẽ eam habẽt inter ſe quam numerus ad numerum, commẽſurabiles ſunt illæ magnitudines.

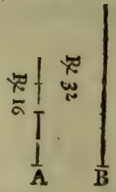


ϛ

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor.5.Propo.7.

Incommēſurabiles magnitudines inter ſe porportionem non habent, quam numerus ad numerum.

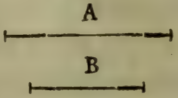


η

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor.6.Propo.8.

Si duæ magnitudines inter ſe proportionem nō habēt quam numerus ad numerum, incōmenſurabiles illæ ſunt magnitudines.



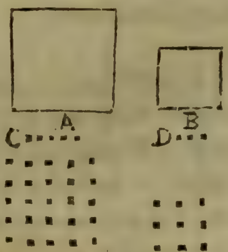
θ

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ

ἔχοντα ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Theor.7.Propo.9.

Quadrata, quæ deſcribuntur à rectis lineis longitudine commenſurabilibus, inter ſe proportionem habent quam numerus quadratus ad alium numerũ quadratum. Et quadrata habẽtia proportionem inter ſe quam quadratus numerus ad numerum quadratum, habent quoque latera longitudine commenſurabilia. Quadrata verò quæ deſcribuntur à lineis longitudine incommenſurabilibus, proportionem nõ habent inter ſe quam quadratus numerus ad numerum alium quadratum. Et quadrata non habentia proportionem inter ſe quã numerus quadratus ad numerum quadratũ, neque latera habebunt longitudine commenſurabilia.

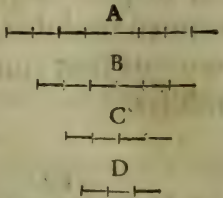


ι

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor. 8. Propo.10.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò ſecundæ fuerit commenſurabilis, tertia quoq; quartæ commenſurabilis erit. quòd ſi prima ſecundæ fuerit



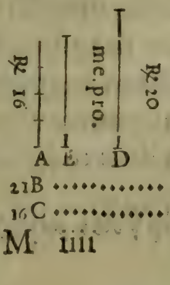
incommenſurabilis, tertia quoque quartæ incommenſurabilis erit.

ια

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Proble. 3. Propo.11.

Propoſitæ lineæ rectæ (quam ῥητὴν vocari diximus) reperire duas lineas rectas incommenſurabiles, hanc quidem longitudne tantùm, il-



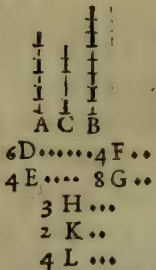
Iam verò non longitudine tantùm, ſed etiam potentia incommenſurabilem.

ιβ

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Theor.9.Prop.12.

Magnitudines quæ eidem magnitudini ſunt commenſurabiles, inter ſe quoque ſunt commẽſurabiles.

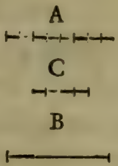


ιγ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor.10.Propo.13.

Si ex duabus magnitudinibus hæc quidem commẽſurabilis ſit tertiæ magnitudini, illa verò eidem incommenſurabilis, incommenſurabiles ſunt illæ duæ magnitudines.



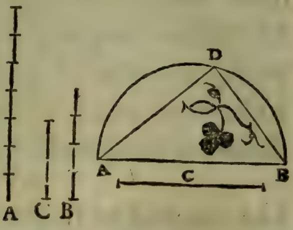
ιδ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν

μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor.11. Propo.14.

Si duarũ magnitudinum commẽſurabilium altera fuerit incommenſurabilis magnitudini alteri cuipiã tertiæ, reliqua quoque magnitudo eidem tertiæ incommẽſurabilis erit.



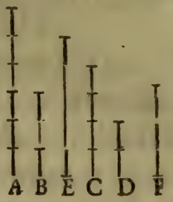
ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Theor.12. Propo.15.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, poſsit autem prima pluſquam ſecunda tanto quantum eſt quadratum lineæ ſibi cõmenſurabilis longitudine: tertia quoque poterit pluſquam quarta tanto quãtum eſt quadratum lineæ ſibi commen-

ſurabilis lõgitudine. Quòd ſi prima poſſit pluſquã ſecunda quadrato lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis: tertia quoque poterit pluſquam quarta quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine.

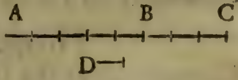


ιε

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Theor.13.Propo.16.

Si duæ magnitudines commenſurabiles componãtur, tota magnitudo compoſita ſingulis partibus commenſurabilis erit. quòd ſi tota magnitudo compoſita alterutri parti commẽſurabilis fuerit, illæ duæ quoque partes cõmenſurabiles erunt.

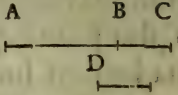


ιζ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Theor. 14. Propo. 17.

Si duæ magnitudines incommenſurabiles componantur, ipſa quoque tota magnitudo ſingulis partibus componentibus incommēſurabilis erit. Quòd ſi tota alteri parti incommenſurabilis fuerit, illæ quoque primæ magnitudines inter ſe incommenſurabiles erunt.



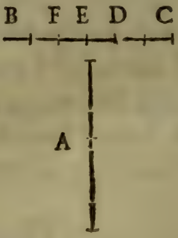
ιη

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. Καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor. 15. Propo. 18.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod deſcribitur à minore, æquale parallelogrammū ap-

plicetur ſecundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius parallelogrammi: ſi pręterea parallelogrammum ſui applicatione diuidat lineam illam in partes inter ſe commenſurabiles longitudine, illa maior linea tãto plus poteſt quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine. Quòd ſi maior plus poſsit quàm minor, tãto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine, & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammũ applicetur ſecundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantũ eſt alterum latus ipſius parallelogrammi, parallelogrammum ſui applicatione diuidit maiorem in partes inter ſe lõgitudine commenſurabiles.



ιθ.

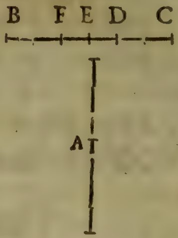
Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει

τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor.16.Propo.19.

Si fuerint duæ rectæ inæquales, quartæ autẽ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrãmum ſecundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantũ excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus eiuſdem parallelogrammi: ſi parallelogrãmum præterea ſui applicatione diuidat lineam in partes inter ſe longitudine incommenſurabiles, maior illa linea tanto plus poteſt quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ ſibi maiori incommenſurabilis longitudine. Quòd ſi maior linea tantò plus poſsit quàm minor, quantum eſt quadratum lineæ incommenſurabilis ſibi longitudine: & præterea quartæ parti

quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur ſecundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius: parallelogrã mũ ſui applicatione diuidit maiorem in partes inter ſe incommenſurabiles longitudine.

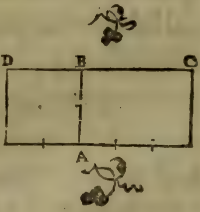


κ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Theor.17.Propo.20.

Superficies rectangula contenta ex lineis rectis rationalibus lõgitudine commenſurabilibus ſecundum vnum aliquem modum ex antedictis, rationalis eſt.

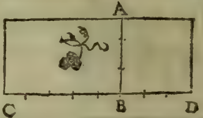


κα

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor.18.Propo.21.

Si rationale ſecũdum lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalẽ & commenſurabilem longitudine lineæ cui rationale parallelogrã-mum applicatur.

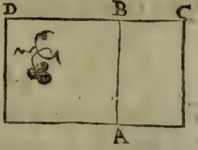


κβ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέση.

Theor.19.Propoſi.22.

Superficies rectangula cõtenta duabus lineis rectis rationalibus potẽtia tantum cõ-menſurabilibus, irrationalis eſt. Linea autem quæ illam ſuperficiem poteſt, irrationalis & ipſa eſt: vocetur verò medialis.

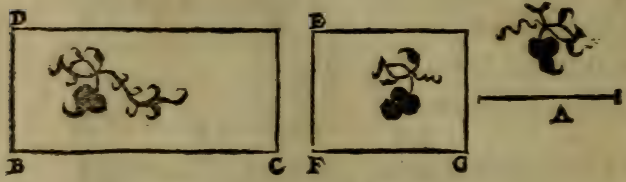


κγ

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor.20.propo.23.

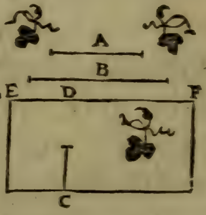
Quadrati lineæ medialis applicati ſecũdum lineam rationalem, alterum latus eſt linea rationalis,& incommenſurabilis longitudine lineæ ſecundum quam applicatur.



κδ

Ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστίν.

Theor.21.Propo.24.

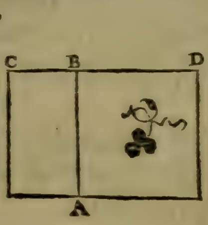


Linea recta mediali commenſurabils,eſt ipſa quoque medialis.

κε

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστίν.

Theor.22. Propo.25.



Parallelogrammũ rectangulum contentum ex lineis medialibus longitudine commẽſurabilibus, mediale eſt.

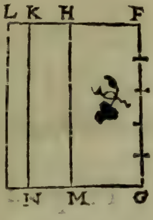
Τὸ ὑπὸ

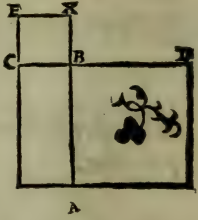
κϛ

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητὸν, ἢ μέσον ἐστίν.

Theor.23.Propo.26.

Parallelogrammum rectangulum comprehenſum duab⁹ lineis medialib⁹ potentia tantùm commenſurabilibus, vel rationale eſt, vel mediale.



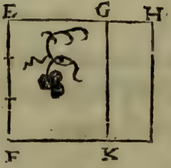


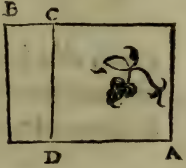
κζ

Μέσον μέσου οὐκ ὑπερέχει ῥητῷ.

Theor.24.Propo.27.

Mediale nõ eſt maius quàm mediale ſuperficie rationali.



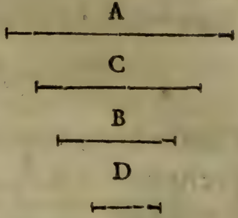


κη

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Probl. 4. Propo. 28.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm commenſurabiles rationale comprehendentes.

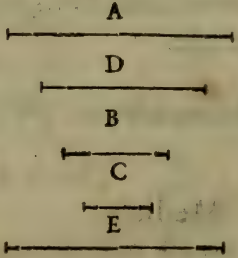


κθ

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Probl. 5. Propo. 29.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm commenſurabiles mediale comprehendentes.



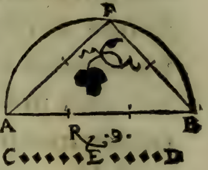
λ

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Probl. 6. Propo. 30.

Reperire duas rationales potentia tan-

tùm commẽſurabiles huiuſmodi, vt maior ex illis poſsit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi commẽſurabilis longitudine.

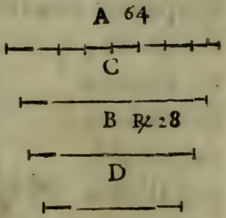


λ α.

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Proble.7.Propo.31.

Reperire duas lineas mediales potentia tantum commenſurabiles rationalem ſuperficiem continentes, tales inquam, vt maior poſsit plus quàm minor quadrato lineæ ſibi commẽſurabilis lõgitudine.



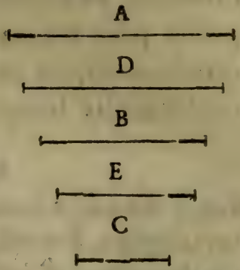
λ β

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Probl.8.Propo.32.

Reperire duas lines mediales potentia

tantum commẽſurabiles medialẽ ſuperficiem continẽtes, huiuſmodi vt maior plus poſsit quã minor quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine.

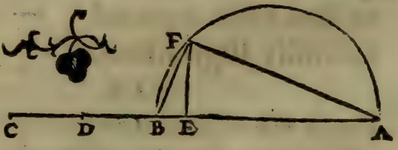


λγ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Probl.9.Propo.33.

Reperire duas rectas potentia incommẽſurabiles, quarum quadrata ſimul addita faciant ſuperficiẽ rationalẽ, parallelogrammũ verò ex ipſis contentum ſit mediale.

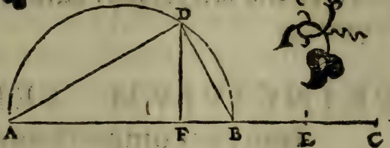


λδ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Probl.10.Propo.34.

Reperire lineas duas rectas potentia incommenſurabiles,conficientes compoſitum ex ipſarũ quadratis mediale, parallelogrãmum verò ex ipſis contentum rationale.

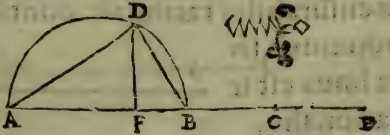


λέ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό,τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ᾽ αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων.

Probl.11.Propo.35.

Reperire duas lineas rectas potentia incommenſurabiles, conficientes id quod ex ipſarum quadratis componitur mediale,ſimúlque parallelogrammum ex ipſis cõtentũ,mediale,quod pręterea parallelogrãmũ ſit incommenſurabile compoſito ex quadratis ipſarum.



ἈΡΧῊ ΤΩ͂Ν ΚΑΤᾺ ΣΎΝ-θεσιν ἑξάδων.

λϛ

Ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

PRINCIPIVM SENARIOrum per compoſitionem.

Theor.25.Propo.36.

Si duæ rationales potentia tantùm commenſurabiles componãtur, tota linea erit irrationalis. Vocetur autem Binomium.



λζ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor.26.Propo.37.

Si duæ mediales potentia tantùm commenſurabiles rationale continentes cõponantur, tota linea eſt irrationalis.



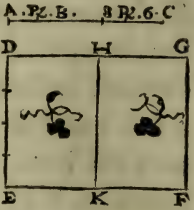
vocetur autem Bimediale prius.

λη

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor.27.Propo.38.

Si duæ mediales potentia tantùm commenſurabiles mediale cõtinentes componantur, tota linea eſt irrationalis. vocetur autem Bimediale ſecundum.



λθ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητόν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μείζων.

Theor. 28. Propo.39.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficientes compoſitum ex quadratis ipſarum rationale, parallelogrammum verò ex ipſis contentum mediale, tota linea recta eſt irrationalis. Vocetur autem linea maior.



μ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι· καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.29.Propo.40.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficientes compoſitum ex ipſarum quadratis mediale, id verò quod fit ex ipſis, rationale, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.



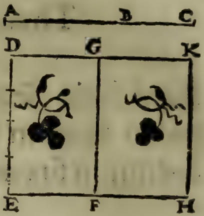
μα

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τό,τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Theor.30.Propo.41.

Si duæ rectæ potentia incommenſurabiles componantur, conficiētes compoſitum ex quadratis ipſarum mediale, & quod cōtinetur ex ipſis, mediale, & præ-

terea incommenſurabile compoſito ex quadratis ipſarum, tota linea eſt irrationalis. Vocetur autẽ Potens duo medialia.

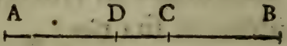


μβ

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 31. Propo. 42.

Binomium in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina, id eſt in lineas ex quibus componitur.

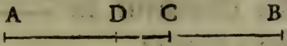


μγ

Ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 32. Propoſi. 43.

Bimediale prius in vnico tantùm pũcto diuiditur in ſua nomina.



μδ

Ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor.33.Propo.44.



Bimediale ſecundum in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

με

Ἡ μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 34. Propo. 45.

Linea maior in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.



μϛ

Ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor.35.Propo.46.

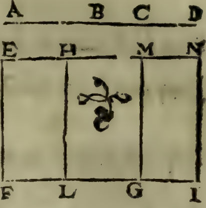
Linea potens rationale & mediale in vnico tantum pũcto diuiditur in ſua nomina.



μζ

Ἡ δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 36. Propoſi. 47.



Linea potés duo medialia in vnico tantùm puncto diuiditur in ſua nomina.

ὅροι δεύτεροι.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

α

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

Πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει,

δ

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

ς

Ἐὰν δὲ μηδέτερον, ἕκτη.

DEFINITIONES ſecundæ.

Propoſita linea rationali, & binomio diuiſo in ſua nomina, cuius binomij maius nomē, id eſt maior portio poſsit pluſquam minus nomen quadrato lineæ ſibi, maiori inquam nomini, commenſurabilis longitudine:

1

Si quidem maius nomen fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium primum:

2

Si verò minus nomē, id eſt minor portio Binomij, fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomiū ſecundum:

3

Si verò neutrum nomen fuerit commenſurabile longitudine propoſitæ lineæ rationali, vocetur Binomium tertium.

Rurſus ſi maius nomen poſsit pluſquam minus nomen quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine:

4

Si quidem maius nomen eſt commenſurabile lõgitudine propoſitæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium quartum:

5

Si verò minus nomẽ fuerit commenſurabile longitudine lineæ rationali, vocetur Binomiũ quintum.

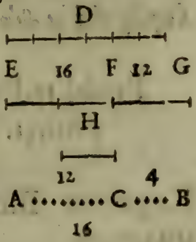
6

Si verò neutrum nomen fuerit longitudine commenſurabile lineæ rationali, vocetur illa Binomium ſextum.

μη

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Probl. 12. Propoſi. 48.



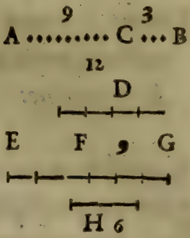
Reperire Binoniũ primum.

μθ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Proble.13.Propoſi.49.

Reperire Binomiũ ſecundum.

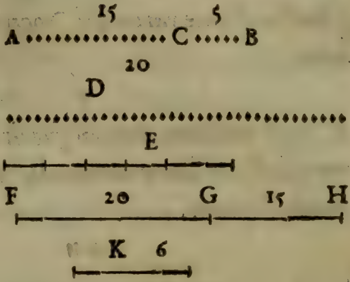


ν

εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Probl.14. Pro.50.

Reperire Binomium tertium.

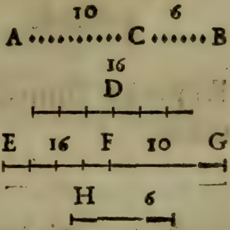


να

εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Probl.15.Propoſi.51.

Reperire Binomiũ quartum.

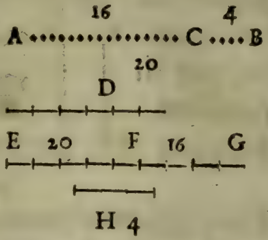


νβ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Probl.16. Propoſi.52.

Reperire Binomium quintum.

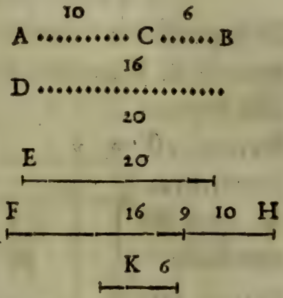


νγ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Probl.17. Propoſi.53.

Reperire Binomium ſextum.



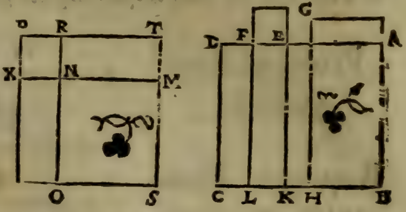
νδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.37. Propo.54.

Si ſuperficies contẽta fuerit ex rationa-

li & Binomio primo, linea quæ illam ſuperficiem poteſt eſt irrationalis, quæ Binomium vocatur.

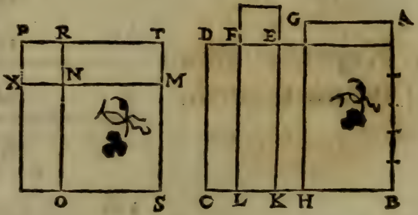


νε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor.38.Propo.55.

Si ſuperficies contenta fuerit ex linea rationali & Binomio ſecundo, linea potēs illã ſuperficiem eſt irrationalis, quæ Bimediale primũ vocatur.



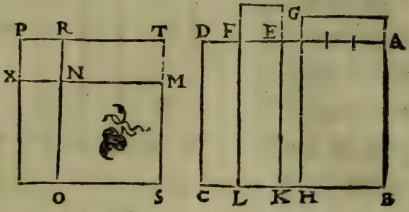
νς

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor.39.Propo.56.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio

Binomio tertio, linea quæ illã ſuperficiẽ poteſt, eſt irrationalis, quæ dicitur Bimediale ſecũdum.

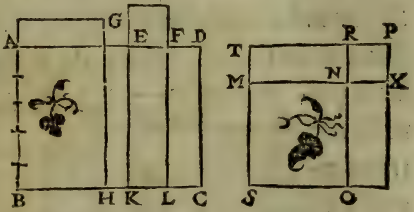


νζ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Theor. 40. Propo. 57.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio quarto, linea potẽs ſupficiem illam, eſt irrationalis, quæ dicitur maior.



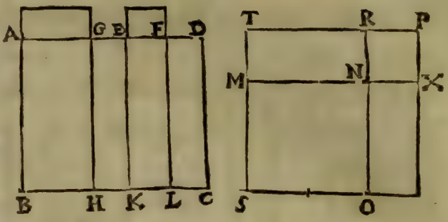
νη

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 41. Prop. 58.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio quinto, linea quæ illam ſuper-

ficiē poteſt, eſt irrationalis quę dicitur potēs rationale & mediale.

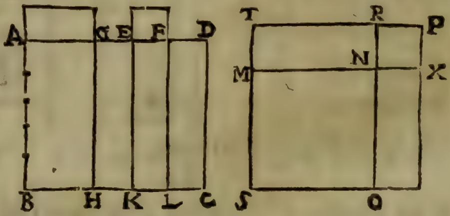


νθ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 42. Propo. 59.

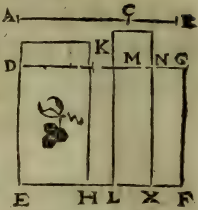
Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio ſexto, linea quæ illam ſuperficiē poteſt, eſt irrationalis, quę dicitur potens duo medialia.



ξ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Theor. 43. Propo. 60.

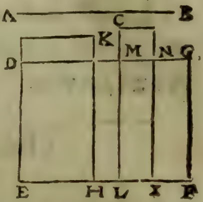


Quadratum Binomii ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binonium primum.

ξα

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Theor. 44. Propo. 61.

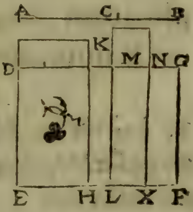


Quadratum Bimedialis primi ſecundum rationalem lineam applicatum, facit alterum latus Binomium ſecundum.

ξβ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Theor. 54. propoſit. 62.

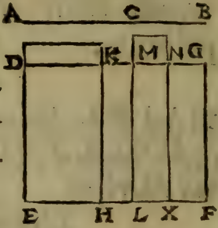


Quadratũ Bimedialis ſecundi ſecundum rationalem applicatum, facit alterũ latus Binomium tertium.

ξγ

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Theor. 46. Propo. 63.

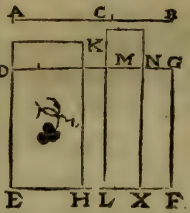


Quadratum lineæ maioris ſecundum lineam rationalem applicatũ, facit alterum latus Binomium quartum.

ξδ

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Theor. 47. Propo. 64.



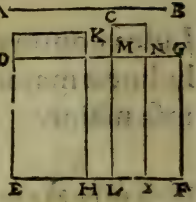
Quadratum lineæ potentis rationale & mediale ſecundũ rationalem applicatum, facit alterũ latus Binomium quintum.

ξε

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν, ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Theor.48.Propo.65.

Quadratum lineæ potentis duo medialia ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium ſextum.

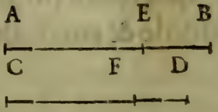


ξς

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.49.Propo.66.

Linea lõgitudine cõmẽſurabilis Binomio eſt & ipſa Binomium eiuſdem ordinis.

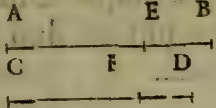


ξζ

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.50.Propo.67.

Linea lõgitudine cõmenſurabilis alteri bimedialium, eſt & ipſa bimediale etiam eiuſdem ordinis.

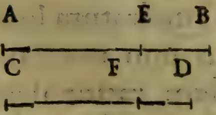


ξη

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν,

Theor. 51. Propo. 68.

Linea commenſurabilis lineæ maiori, eſt & ipſa maior.

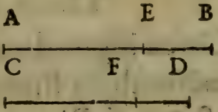


ξθ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

Theor. 52. Propo. 69.

Linea commenſurabilis lineæ potenti rationale & mediale, eſt & ipſa linea potẽs rationale & mediale.

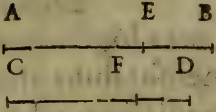


ο

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

Theor. 53. Propo. 70.

Linea commenſurabilis lineæ potenti duo medialia, eſt & ipſa linea potens duo medialia.

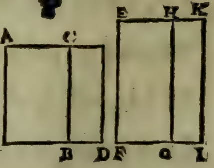


οα

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.54.Prop.71.

Si duæ ſuperficies rationalis & medialis ſimul componantur, linea quæ totam ſuperficiem compoſitam poteſt, eſt vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur Binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

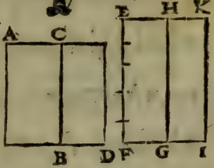


οβ

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 55. Propo.72.

Si duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles ſimul cõponantur, fiunt reliquæ duæ lineæ irrationales, vel bimediale ſecundum, vel linea potẽs duo medialia.



ΣΧΌΛΙΟΝ.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δ' ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων, τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων.

SCHOLIVM.

Binomium & cæteræ conſequentes lineæ irrationales, neque ſunt eædem cum linea mediali, neque ipſæ inter ſe.

Nam quadratum lineæ medialis applicatum ſecundum lineam rationalem, facit alterum latus lineam rationalem, & longitudine incommenſurabilem lineæ ſecundum quam applicatur, hoc eſt, lineæ rationali, per 23.

Quadratum verò Binomij ſecundum rationalẽ applicatum, facit alterum latus Binomium primum, per 60.

Quadratum verò Bimedialis primi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium ſecundum, per 61.

Quadratum verò Bimedialis ſecundi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Bi-

nomium tertium, per 62.

Quadratum verò lineæ maioris ſecũdum rationalem applicatum, facit alterũ latus Binomiũ quartum, per 63.

Quadratũ verò lineæ potentis rationale & mediale ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum, per 64.

Quadratum verò lineæ potentis duo medialia ſecundum rationalem applicatum; facit alterum latus Binomium ſextum, per 65.

Cùm igitur dicta latera, quæ latitudines vocantur, differant & à prima latitudine, quoniam eſt rationalis, cùm inter ſe quoque differant, eo quia ſunt Binomia diuerſorum ordinum: manifeſtum eſt ipſas lineas irrationales, differentes eſſe inter ſe.

ΔΕΥΤΈΡΑ ΤΆΞΙΣ ἙΤΈΡΩΝ ΛΌγων τῶν καθ' ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν κατ' ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

ϟο

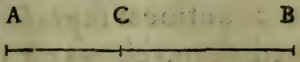
Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἀποτομή.

SECVNDVS ORDO ALTERIVS ſermonis, qui eſt de detractione.

Principiũ ſenariorũ per detractionẽ.

Theor.56.Propo.73.

Si de linea rationali detrahatur rationalis potentia tantùm commenſurabilis ipſi toti, reſidua eſt irrationalis. vocetur autem Reſiduum.

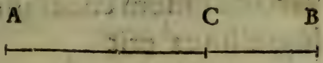


οδ

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

Probl.57.Propo.74.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commenſurabilis toti lineæ, quæ verò detracta eſt cum tota cõtineat ſuperficiem rationalem, reſidua eſt irrationalis. Vocetur autem Reſiduum mediale primum.

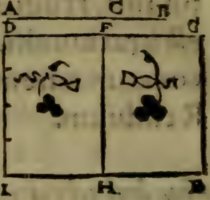


οε

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

Theor.58. Propo. 75.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commenſurabilis toti, quæ verò detracta eſt, cũ tota contineat ſuperficiẽ medialem, reliqua eſt irrationalis. Vocetur autẽ Reſiduum mediale ſecũdum.

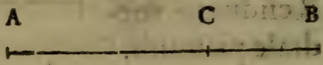


οε

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Theor.57. Propo.76.

Si de linea recta detrahatur recta potẽtia incommenſurabilis toti, compoſitum autem ex quadratis totius lineæ & lineę detractæ ſit rationale, parallelogrammũ verò ex iiſdem contẽtum ſit mediale, reliqua linea erit irrationalis. Vocetur autem linea minor.



ος

Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν

συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 58. Propo. 77.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommenſurabilis toti lineæ, cõpoſitum autem ex quadratis totius & lineæ detractę ſit mediale, parallelogrammum verò bis ex eiſdem cõtentum ſit rationale, reliqua linea eſt irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum ſuperficie rationali totam ſuperficiem medialem.

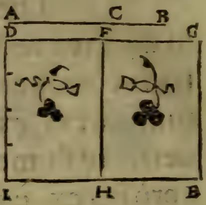


Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 59. Propo. 78.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommenſurabilis toti lineæ, cõpoſitum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ ſit mediale, parallelogrammũ

verò bis ex iiſdem ſit etiam mediale: prę-terea ſint quadrata ipſarum incommenſurabilia parallelogrammo bis ex iiſdem contẽto, reliqua linea eſt irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum ſuperficie mediali totam ſuperficiem medialem.

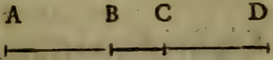


οθ

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητή, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Theor. 60. Propo. 79.

Reſiduo vnica tantũ linea recta cõiungitur rationalis, potẽtia tantùm cõmẽſurabilis toti lineæ.



π

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Theor. 61. Propo. 80.

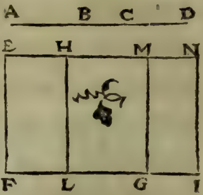
Reſiduo mediali primo vnica tantùm linea coniungitur medialis, potentia tantùm commẽſurabilis toti, ipſa cum tota continens rationale.



πα

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Theor.62.Propoſi.81.



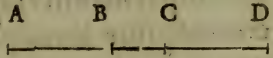
Reſiduo mediali ſecundo vnica tantùm coniungitur medialis, potētia tantùm commenſurabilis toti, ipſa cum tota continēs mediale.

πβ

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον.

Theor.63. Propo.82.

Lineę minori vnica tantùm recta coniũgitur potentia incommenſurabilis toti, faciens cum tota compoſitũ ex quadratis ipſarum rationale, id verò parallelogrãmum, quod bis ex ipſis fit, mediale.



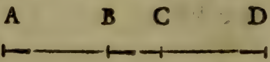
πγ

Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ

ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν
ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν,
ῥητόν.

Theor.64.Propo.83.

Lineæ facienti cum ſuperficie rationali totam ſuperficiem medialem, vnica tantùm coniũgitur linea recta potentia incommenſurabilis toti, faciens autem cũ tota compoſitum ex quadratis ipſarum, mediale, id verò quod fit bis ex ipſis, rationale.

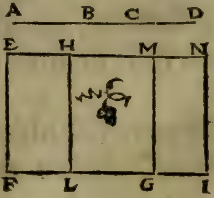


πδ

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον
προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα
τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό, τε συγκείμενον
ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ'
αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ
τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Theor.65.Propo.84.

Lineæ cum mediali ſuperficie faciẽti totam ſuperficiem medialem, vnica tantũ coniungitur linea potentia toti incõmenſurabilis, faciens cum tota compoſitum ex quadratis ipſarũ mediale, id verò quod fit



bis

bis ex ipſis etiam mediale, & præterea faciens compoſitum ex quadratis ipſarum incõmenſurabile ei quod fit bis ex ipſis.

ὍΡΟΙ ΤΡΙ´ΤΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς.

α

Ἐὰν μὲν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν δὲ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

ς

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη.

DEFINITIONES tertiæ.

Propoſita linea rationali & reſiduo.

1

Siquidem tota, nempe compoſita ex ipſo reſiduo & linea illi coniuncta, plus poteſt quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis longitudine, fuerítque tota longitudine commenſurabilis lineæ propoſitæ rationali, reſiduum ipſum vocetur Reſiduum primum:

2

Si verò coniuncta fuerit longitudine commẽſurabilis rationali, ipſa autem tota plus poſſit quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine commenſurabilis, reſiduum vocetur Reſiduum ſecundum:

3

Si verò neutra linearum fuerit longitudine

commenſurabilis rationali, poßit autem ipſa tota pluſquam coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine commenſurabilis vocetur Reſiduum tertium.

Rurſus ſi tota poßit plus quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi lõgitudine incõmenſurabilis:

4

Et quidem ſi tota fuerit longitudine commenſurabilis ipſi rationali, vocetur Reſiduum quartum:

5

Si verò coniuncta fuerit longitudine commẽſurabilis rationali, & tota plus poßit quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine incommẽſurabilis, vocetur Reſiduum quintum.

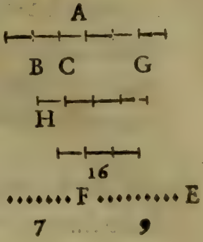
6

Si verò neutra linearum fuerit commenſurabilis longitudine ipſi rationali, fuerítque tota potentior quàm coniuncta, quadrato lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis, vocetur Reſiduum ſextum.

πε

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Probl.18.Pro-
poſi. 85.

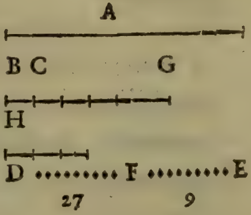


Reperire primum Re-
ſiduum.

πϛ

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Probl.19.Pro-
poſi.86.

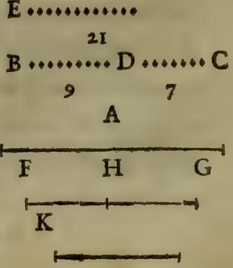


Reperire ſecundum
Reſiduum.

πζ

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Probl.20.Pro-
poſi.87.

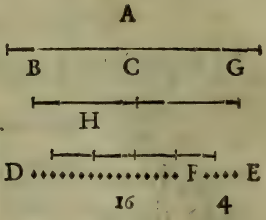


Reperire tertium Re
ſiduum.

πη

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Probl. 21. Propoſi.88.

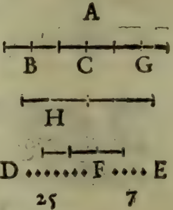


Reperire quartum Reſiduum.

πθ

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Problema 22. Propoſitio 89.

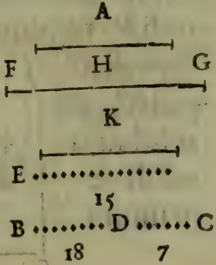


Reperire quintum Reſiduum.

ϟ

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Ploblema 22. Propoſitio. 90.



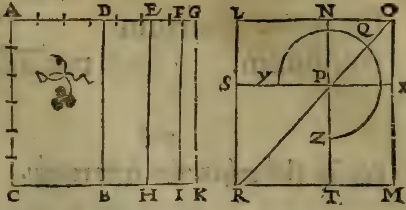
Reperire ſextum Reſiduum.

ϟα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Theor.66.Propoſi.91.

Si ſuperficies cõtineatur ex linea rationali & reſiduo primo, linea quæ illam ſuperficiẽ poteſt, eſt reſiduum.

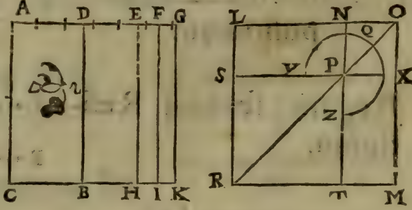


ϟβ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Theor.67.Propo.92.

Si ſuperficies cõtineatur ex linea rationali & reſiduo ſecundo, linea quæ illam ſuperficiẽ poteſt, eſt reſiduum mediale primum.

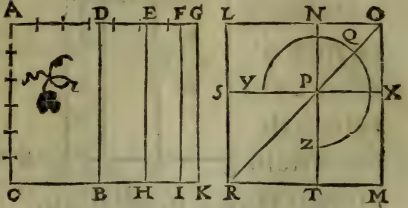


ϟγ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

Theor. 68. Propo. 93.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo tertio, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt reſiduum mediale ſecũdum.

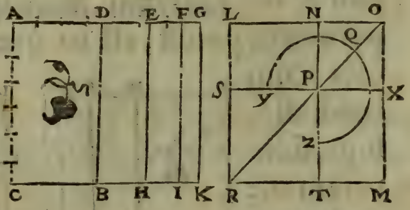


ϟδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ἀπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσων ἐστί.

Theor. 69. Propo. 94.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo quarto, linea quæ illam ſuperficiẽ poteſt, eſt linea minor.

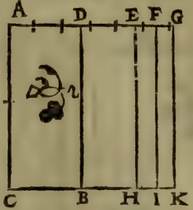


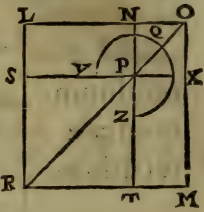
ϟε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ἀπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 70. Propo. 95.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo quinto, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt ea quæ dicitur cum rationali ſuperficie faciens totam medialem.



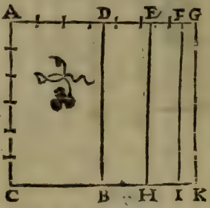


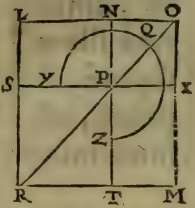
ϟϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 71. Prop. 96.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo ſexto, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt ea quæ dicitur faciēs cum mediali ſuperficie totam medialem.

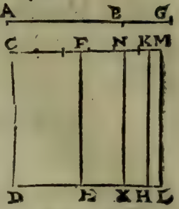




ϟζ

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην.

Theor.72.Propo.97.

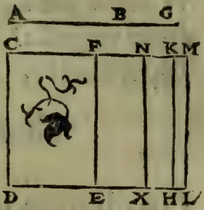


Quadratum reſidui ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterũ latus Reſiduum primum.

ϟη

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Theor.73.Propo.98.



Quadratum reſidui medialis primi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduũ ſecundum.

ϟθ

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Theor.74.Propoſi.99.



Quadratum reſidui medialis ſecundi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Reſiduum tertium.

ρ

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Theor. 75. Propo.100.



Quadratum lineę minoris ſecũdum rationalem applicatum, facit alterũ latus reſiduum quartum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Theor.76. Propo.101.



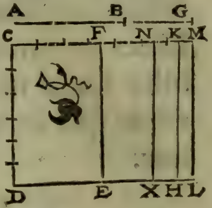
Quadratum lineæ cũ rationali ſuperficie faciẽtis totam medialem, ſecundum rationalem applicatum, facit alterũ latus reſiduum quintum.

ρβ

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Theor.77.Propo.102.

Quadratum lineæ cum mediali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum ſextum.

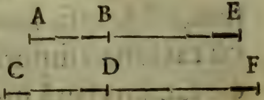


ργ

Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.78.Propo.103.

Linea reſiduo cõmenſurabilis longitudine, eſt & ipſa reſiduum, & eiuſdem ordinis.

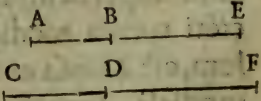


ρδ

Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος, μέση ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.79.Propo.104.

Linea commenſurabilis reſiduo mediali, eſt & ipſa reſiduũ mediale, & eiuſdem ordinis.

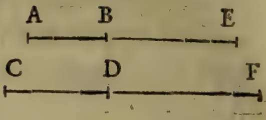


ρε

Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

Theor.80.Prop.105.

Linea commenſurabilis lineæ minori, eſt & ipſa linea minor.

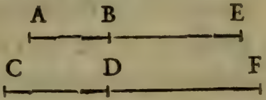


ρϛ

Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor.81.Propo.106.

Linea commenſurabilis lineæ cum rationali ſuperficie facienti totam medialem, eſt & ipſa linea cũ rationali ſuperficie faciens totã medialem.

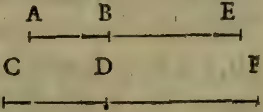


ρζ

Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor.82.Propo.107.

Linea commenſurabilis lineæ cum mediali ſuperficie faciẽti totam medialem, eſt & ipſa cum mediali ſuperficie faciens totam medialem.

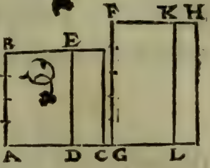


ρη

Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομή, ἢ ἐλάττων.

Theor.83.Propo.108.

Si de ſuperficie rationali detrahatur ſuperficies medialis, linea quæ reliquam ſuperficiem poteſt, eſt alterutra ex duabus irrationalibus, aut Reſiduum, aut linea minor.

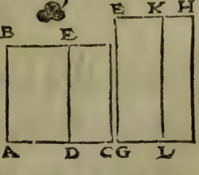


ρθ

Ἀπὸ μέσου, ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.84.Propo.109.

Si de ſuperficie mediali detrahatur ſuperficies rationalis, aliæ duæ irrationales fiũt, aut reſiduũ mediale primũ, aut cum rationali ſuperficiem faciens totam medialem.



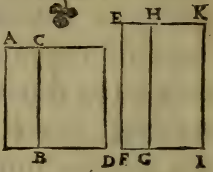
ρι

Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ,

αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor.85. Propo.110.

Si de ſuperficie mediali detrahatur ſuperficies medialis quæ ſit incōmēſurabilis toti, reliquæ duæ fiunt irrationales, aut reſiduū mediale ſecundum, aut cū mediali ſuperficie faciens totam medialem.

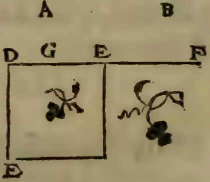


ρια

Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.86. Propo.111.

Linea quæ Reſiduum dicitur, nō eſt eadem cum ea quæ dicitur Binomiū.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἡ ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ᾽ αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ

παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων (τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί) δῆ-

λον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων. καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ ἐκ τούτων ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων, ποιοῦσι δὲ πλάτη παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομήν, ἀποτομὰς ἀκολούθως τῇ τάξει καθ᾽ αὑτήν, αἱ δὲ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων, καὶ αὗται τῇ τάξει ἀκολούθως, ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομήν, καὶ ἕτεραι αἱ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ὡς εἶναι τῇ τάξει πάσας ἀλόγους ιγ.

α Μέσην.
β Ἐκ δύο ὀνομάτων.
γ Ἐκ δύο μέσων πρώτην.
δ Ἐκ δύο μέσων δευτέραν.
ε Μείζονα.
ϛ Ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην.
ζ Δύο μέσα δυναμένην.
η Ἀποτομήν.
θ Μέσην ἀποτομὴν πρώτην.
ι Μέσην ἀποτομὴν δευτέραν.
ια Ἐλάττονα.
ιβ Μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ιγ Μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.

SCHO-

SCHOLIVM.

Linea quæ Reſiduum dicitur, & cæteræ quinque eam conſequentes irrationales, neque lineæ mediali neq; ſibi ipſæ inter ſe ſunt eædẽ.

Nam quadratum lineæ medialis ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus, rationalem lineam longitudine incommenſurabilem ei, ſecundũ quam applicatur, per 23.

Quadratum verò reſidui ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduũ primum, per 97.

Quadratum verò reſidui medialis primi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum ſecundum, per 98.

Quadratum verò reſidui medialis ſecundi, facit alterum latus reſiduum tertiũ, per 99.

Quadratum verò lineæ minoris facit alterũ latus reſiduum quartum, per 100.

Quadratum verò lineæ cum rationali ſuperficie facientis totam medialem, facit alterum latus reſiduum quintum, per 101.

Quadratum verò lineæ cum mediali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum ſextum, per 102.

Cùm igitur dicta latera, quæ ſunt latitudines cuiuſque parallelogrammi vnicuique quadrato æqualis & ſecundum rationalem applicati, differant & à primo latere, & ipſa inter ſe (nam à primo differunt, quoniã eſt rationalis linea: inter ſe verò differunt, quoniam ſunt reſidua non eiuſdem ordinis) conſtat ipſas quoque lineas irrationales inter ſe differentes eſſe. Et quoniam demonſtratum eſt reſiduum non eſſe idem quod Binomium, quadrata autem reſidui & quinque linearũ irrationalium illud conſequentium, ſecundũ rationalem applicata, faciunt altera latera ex reſiduis eiuſdem ordinis cuius ſunt & reſidua, quorum quadrata applicantur rationali: ſimiliter & quadrata Binomij & quinque linearum irrationalium illud conſequentium, ſecundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex Binomiis eiuſdem ordinis cuius ſunt & Binomia, quorum quadrata applicantur rationali. Ergo lineæ irrationales quæ conſequuntur Binomium, & quæ conſequuntur reſiduum, ſunt inter ſe differentes. Quare dictæ lineæ omnes irrationales ſunt numero 13.

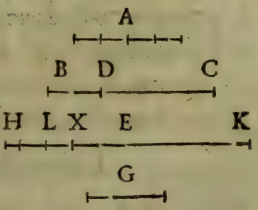
1 *Medialis.*
2 *Binomium.*
3 *Bimediale primũ.*
4 *Bimediale ſecũdũ.*
5 *Maior.*
6 *Potẽs rationale & mediale.*
7 *Potẽs duo medialia.*
8 *Reſiduum.*
9 *Reſiduum mediale primum.*
10 *Reſiduum mediale ſecundum.*
11 *Minor.*
12 *Faciens cum rationali ſuperficie totam medialem.*
13 *Faciens cum mediali ſuperficie totam medialem.*

ριβ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομήν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor.87.Propo.112.

Quadratum lineæ rationalis ſecundum Binomium applicatum, facit alterum latus reſiduum, cuius nomina ſunt commenſurabilia Binomii nominibus, & in eadẽ proportione: præterea id quod fit Reſiduum, eundem



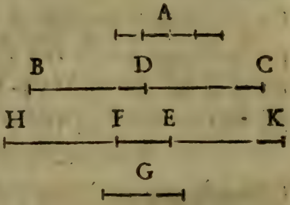
ordinem retinet quem Binomium.

ριγ

τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Theor. 88. Propo. 113.

Quadratum lineæ rationalis ſecundum reſiduum applicatum, facit alterū latus Binomium, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione: pręterea id qđ fit Binomium eſt eiuſdē ordinis, cuius & Reſiduum.



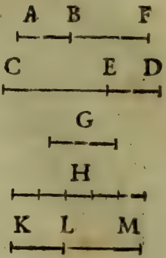
ριδ

ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι.

Theor. 89. Propo. 114.

Si parallelogrammum cōtineatur ex re-

ſiduo & Binomio, cuius nomina ſunt commenſurabilia nominibus reſidui & in eadem proportione, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt rationalis.

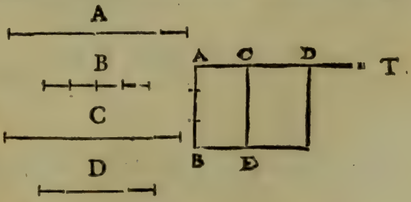


ριε

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

Theor. 90. Propo. 115.

Ex linea mediali naſcuntur lineæ irrationales innumerabiles, quarum nulla vlli ante dictarum eadem ſit.

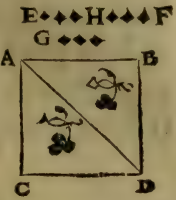


ριϛ

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Propo. 116.

Propoſitũ nobis eſto demonſtrare in figuris quadratis diametrum eſſe lõgitudine incommenſurabilem ipſi lateri.



Elementi decimi finis.

ΕΥ̓ΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ
ΙΑ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν
ΠΡΩ͂ΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM VNDECIMVM,
ET SOLIDORVM
primum.

ὍΡΟΙ.

α.

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

DEFINITIONES

I

Solidum, eſt quod longitudinem, latitudinem, & craſsitudinem habet.

β

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

2

Solidi autem extremum eſt ſuperficies.

γ

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

3

Linea recta eſt ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæque in propoſito ſunt plano, rectos angulos efficit.

δ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

4

Planum ad planum rectum eſt, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum ſectioni ad rectos angulos in vno planorũ ducuntur, alteri plano ad rectos ſunt angulos.

ε

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα

ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

5

Rectæ lineæ ad planum inclinatio, acutus eſt angulus ipſa inſiſtẽte linea & adiuncta altera comprehenſus, cùm à ſublimi rectæ illius lineę termino deducta fuerit perpẽdicularis, atque à puncto quod perpendicularis in ipſo plano fecerit, ad propoſitæ illius lineæ extremum, quod in eodem eſt plano, altera recta linea fuerit adiuncta.

5

Ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

6

Plani ad planum inclinatio, acutꝰ eſt angulus rectis lineis cõtentus, quæ in vtroque planorum ad idem cõmunis ſectionis punctum ductæ, rectos ipſi ſectioni angulos efficiunt.

ζ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

7

Planum ſimiliter inclinatum eſſe ad planum, atque alterum ad alterum dicitur, cùm dicti inclinationum anguli inter ſe ſunt equales.

η

παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι τὰ ἀσύμπτωτα.

8

Parallela plana, ſunt quę eodem non incidunt, nec concurrunt.

θ

ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος.

9

Similes figuræ ſolidæ, ſunt quæ ſimilibus planis, multitudine æqualibus continentur.

ι

ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

10

Æquales & ſimiles figuræ ſolidæ ſunt, quæ ſimilibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus continentur.

ια

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμ-

*μῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφα-
νείᾳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις.*

II

Solidus angulus,eſt plurium quàm duarum linearum,quæ ſe mutuò contingãt, nec in eadem ſint ſuperficie, ad omnes lineas inclinatio.

Ἄλλως.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Aliter.

Solidus angulus, eſt qui pluribus quàm duobus planis angulis in eodem non conſiſtentibus plano, ſed ad vnum punctum collectis, continetur.

ιβ

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

12

Pyramis,eſt figura ſolida quæ planis continetur,ab vno plano ad vnum punctum collecta.

ιγ

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα.

13

Priſma, figura eſt ſolida quæ planis continetur, quorum aduerſa duo ſunt & æqualia & ſimilia & parallela, alia verò parallelogramma.

ιδ

Σφαῖρα ἐστὶν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

14

Sphæra eſt figura, quæ conuerſo circum quieſcẽtem diametrum ſemicirculo continetur, cùm in eundem rurſus locum reſtitutus fuerit, vnde moueri cœperat.

ιε

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

15

Axis autẽ ſphæræ, eſt quieſcens illa linea circum quam ſemicirculus conuertitur.

ις

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

16

Centrum verò Sphæræ eſt idem, quod & ſemicirculi.

ιζ

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστίν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

17

Diameter autem Sphæræ, eſt recta quædam linea per centrum ducta, & vtrinque à ſphæræ ſuperficie terminata.

ιη

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς τῆς περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος· ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος. ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

18

Cωnus eſt figura, quæ conuerſo circum quieſcens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, orthogωnio triangulo continetur, cùm in eundem rurſus locum illud triãgulum reſtitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque ſi quieſcens recta linea æqualis ſit alteri, quæ circum rectum angulum cõuertitur, rectangulus erit Cωnus: ſin minor, amblygωnius: ſi verò maior, oxygωnius.

ιθ

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

19

Axis autem Cωni, eſt quieſcẽs illa linea, circum quam triangulum vertitur.

κ

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

20

Baſis vero Cωni, circulus eſt qui a circunducta linea recta deſcribitur.

κα

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

21

Cylindrus figura eſt, quæ conuerſo circum quieſcens alterum latus eorum quę rectum angulum continẽt, parallelogrãmo orthogωnio comprehenditur, cùm in eundem rurſus locum reſtitutum fuerit illud parallelogrammum, vnde moueri cœperat.

κβ

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ

λῶ τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

22

Axis autem Cylindri, eſt quieſcens illa recta linea, circum quam parallelogrammum vertitur.

κγ

Βάσεις δὲ, οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

23

Baſes verò cylindri, ſunt circuli à duobus aduerſis lateribus quæ circumaguntur, deſcripti.

κδ

Ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵτε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.

24

Similes cωni & cylindri, ſunt quorum & axes & baſium diametri proportionales ſunt.

κε

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

25

Cubus eſt figura ſolida, quæ ſex quadratis æqualibus continetur.

κϛ

Τετράεδρόν ἐστι σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων

ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

26

Tetraëdrum eſt figura, quæ triangulis quatuor æqualibus & æquilateris continetur.

κζ

Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

27

Octaëdrum figura eſt ſolida, quæ octo triangulis ęqualibus & æquilateris continetur.

κη

Δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

28

Dωdecaëdrũ figura eſt ſolida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, æquilateris, & æquiangulis continetur.

κθ

Εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

29

Eicoſaëdrum figura eſt ſolida, quæ triangulis viginti æqualibus & æquilateris cõtinetur.

Προτάσεις.

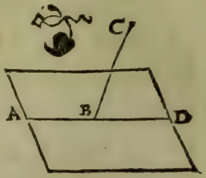
Προτάσεις.

α

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Theor. 1. Propo. 1.

Quædã rectæ lineæ pars in ſubiecto quidem non eſt plano, quædam verò in ſublimi.

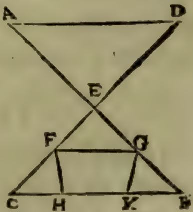


β

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 2. Propo. 2.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecẽt, in vno ſunt plano: atque triangulum omne in vno eſt plano.

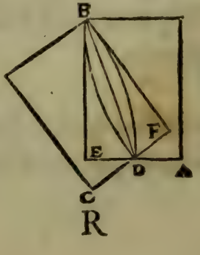


γ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Theor. 3. Propoſitio. 3.

Si duo plana ſe mutuò ſecent, communis eorum ſectio eſt recta linea.



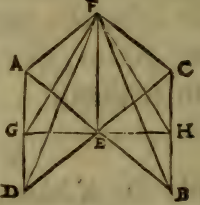
R

δ

Ἐὰν εὐθεῖα δύο εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 4. Prop. 4.

Si recta linea rectis duabus lineis ſe mutuò ſecãtibus, in cõmuni ſectione ad rectos angulos inſiſtat illa ducto etiã per ipſas plano ad angulos rectos erit.

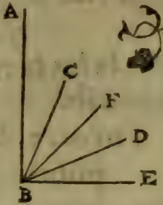


ε

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 5. Prop. 5.

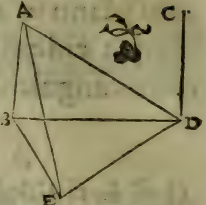
Si recta linea rectis tribus lineis ſe mutuò tangẽtibus, in communi ſectione ad rectos ãgulos inſiſtat, illę tres rectæ in vno ſunt plano.



ς

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theor.6.Propo. 6.



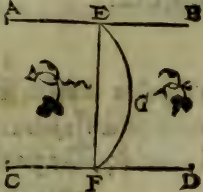
Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos ſint angulos, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

ζ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Theor.7.Propo.7.

Si duæ ſint parallelæ rectæ lineæ, in quarum vtráque ſumpta ſint quælibet pūcta, illa linea quæ ad hęc puncta adiungitur, in eodem eſt cum parallelis plano.



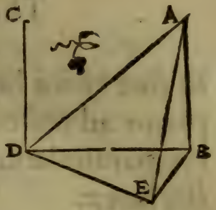
η

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor.8.Propo.8.

Si duæ ſint parallelæ rectæ lineæ, qua-

rum altera ad rectos cuidam plano ſit angulos, & reliqua eidem plano ad rectos angulos erit.

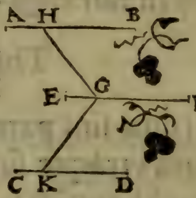


θ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theor.9.Propo.9.

Quæ eidem rectæ lineæ ſunt parallelæ, ſed non in eodem cum illa plano, hę quoque ſunt inter ſe parallelæ.

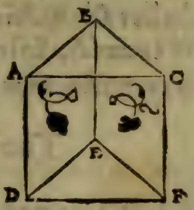


ι

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσι.

Theor.10.Propoſi.10.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes ad duas rectas ſe mutuò tangentes ſint parallelæ, non autem in eodem plano, illæ angulos æquales comprehẽdent.

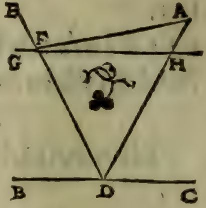


ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου, ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Probl.1.Propo.11.

A dato ſublimi puncto, in ſubiectum planum perpendicularem rectam lineam ducere.



ιβ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Probl.2.Propo.12.

Dato plano, à puncto quod in illo datum eſt, ad rectos angulos rectam lineam excitare.

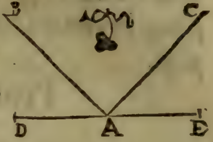


ιγ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theor.11.Propo.13.

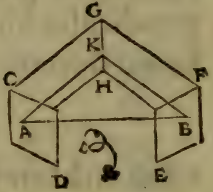
Dáto plano, à puncto quod in illo datum eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur ad eaſdem partes.



ιδ

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα.

Theore.12.Propo.14.



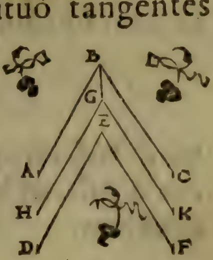
Ad quæ plana, eadem recta linea recta eſt, illa ſunt parallela.

ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Theor.13.Propo.15.

Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes ad duas rectas ſe mutuò tangentes ſint parallelæ, non in eodem conſiſtentes plano, parallela ſunt quæ per illas ducuntur plana.

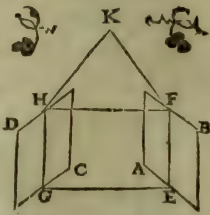


ιϛ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι.

Theor.14.Propo.16.

Si duo plana parallella plano quopiam ſecētur, cōmunes illorum ſectiones ſunt parallelæ.

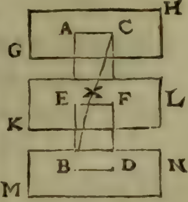


ιζ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Theor.15.Propo.17.

Si duę rectæ lineæ parallelis planis ſecentur, in eaſdem rationes ſecabuntur.

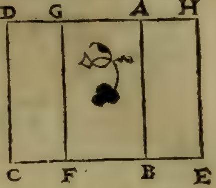


ιη

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor.16. Propo.18.

Si recta linea plano cuipiam ad rectos ſit angulos, illa etiam omnia quæ per ipſam plana, ad rectos eidem plano angulos erunt.

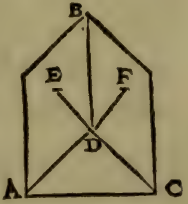


ιθ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 17. Propo. 19.

Si duo plana ſe mutuò ſecantia plano cuidam ad rectos ſint angulos, communis etiam illorum ſectio ad rectos eidem plano angulos erit.

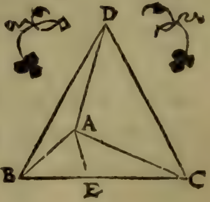


κ

Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theor.18. Propo. 20.

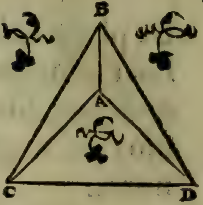
Si angulus ſolidus planis tribus angulis contineatur, ex his duo quilibet vtut aſſumpti tertio ſunt maiores.



κα

Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Theor. 19. Propoſitio.21.



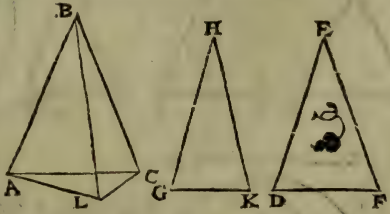
Solidus omnis angulus minoribus cõtinetur, quã rectis quatuor ãgulis planis.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Theor.20.Propo. 22.

Si plani tres anguli æqualibus rectis contineantur lineis, quorum duo vt libet aſſumpti tertio ſint maiores, triangulũ conſtitui poteſt ex lineis æquales illas rectas cõiungentibus.



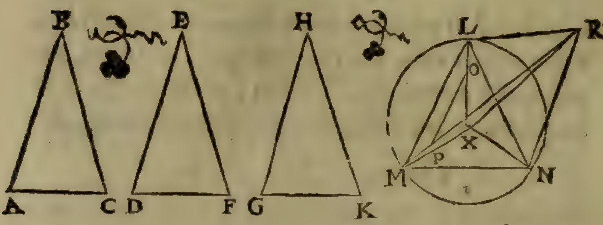
κγ

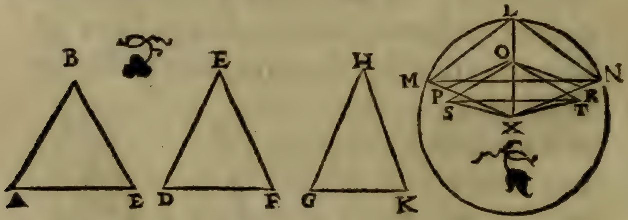
Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν

γωνίαν συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

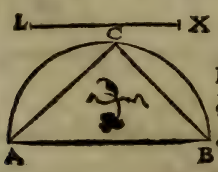
Probl.3. Propo.23.

Ex planis tribus angulis, quorum duo vt libet aſſumpti tertio ſint maiores, ſolidum angulum conſtituere. Decet autem illos tres angulos rectis quatuor eſſe minores.



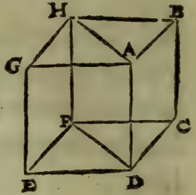


κδ



Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπ' ἐναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστι.

Theor.21.Propo.24.

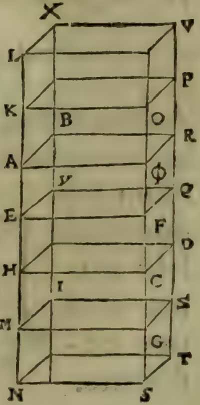


Si ſolidum parallelis planis contineatur, aduerſa illi⁹ plana & æqualia ſunt & parallelogramma.

κε

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Theor. 22. Propoſit.25.



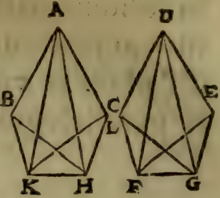
Si ſolidum parallelis planis contentum plano ſecetur aduerſis planis parallelo, erit quemadmodum baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.

κϛ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Probl. 4. Propoſitio. 26.

Ad datã rectam lineam eiúſque punctum, angulum ſolidum conſtituere ſolido angulo dato æqualem.

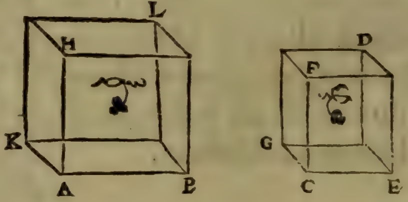


κζ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Probl. 5. Propoſitio. 27.

A data recta, dato ſolido parallelis planis comprehenſo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelis planis cõtentum deſcribere.

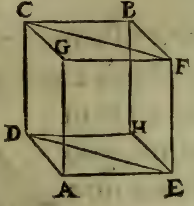


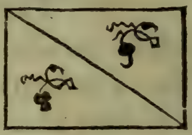
κη

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Theor.23.Propo.28.

Si ſolidum parallelis planis compreheſum, ducto per aduerſorum planorum diagωniqs plano ſectum ſit, illud ſolidũ ab hoc plano bifariam ſecabitur.



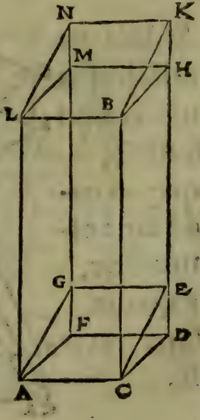


κθ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theor.24. Propoſitio, 29.

Solida parallelis planis comprehenſa, quæ ſuper eandem baſim & in eadem ſunt altitudine, quorum inſiſtentes lineæ in iiſdem collocantur rectis lineis, illa ſunt inter ſe æqualia.

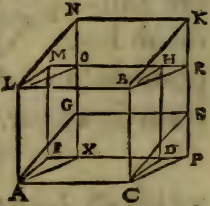


λ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλλη-
λεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶ-
σαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις
ἐστί.

Theor.25.Propo.30.

Solida parallelis planis circũſcripta, quæ ſuper eandem baſim & in eadẽ ſunt altitudine, quorum inſiſtẽtes lineæ non in iiſdem reperiuntur rectis lineis, illa ſunt inter ſe æqualia.

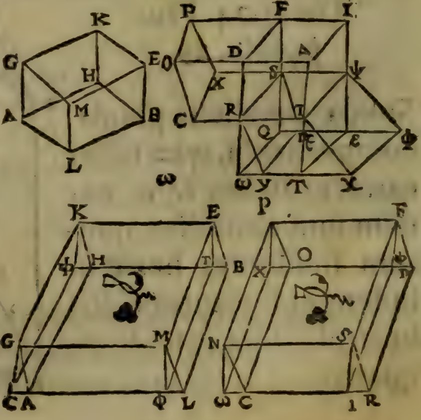


λα

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπί-
πεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theor.26.Propoſi.31.

Solida parallelis planis circunſcripta, quę in eadẽ ſunt altitudine, æqualia ſunt inter ſe.

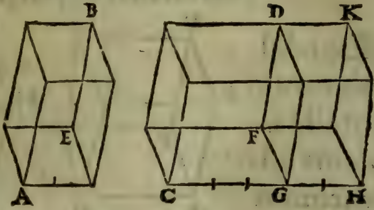


λβ

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Theor.27.Propo.32.

Solida parallelis planis circũſcripta quæ eiuſdem ſunt altitudinis, eam habent inter ſe rationem, quam baſes.

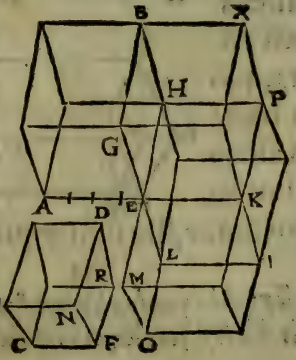


λγ

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor.28.Propo.33.

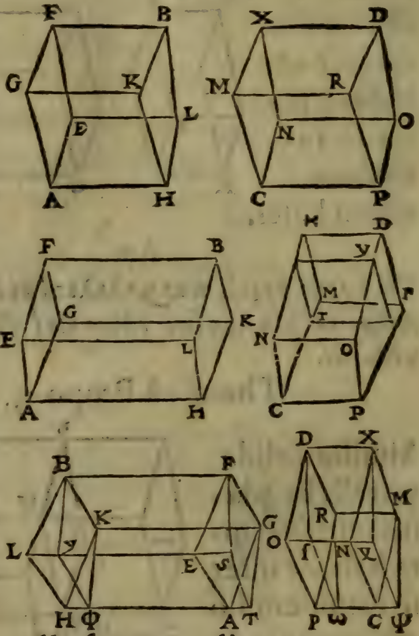
Similia ſolida parallelis planis circũſcripta habent inter ſe rationem homologorum laterum triplicatam.



λδ

τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor.29.Propo.34.



Æqualiũ ſolidorum parallelis planis cõtentorum baſes cum altitudinibus reciprocãtur. Et ſolida parallelis planis cõtenta, quorum baſes cum altitudinibus reciprocantur, illa ſunt æqualia.

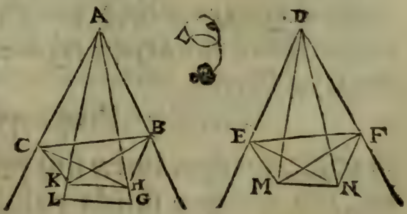
λε

Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν ἴσας γωνίας

γωνίας περιέχουσι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα, ἐν οἷς εἰσιν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Theor.30.Propoſi.35.

Si duo plani ſint anguli æquales, quorum verticibus ſublimes rectę lineæ inſiſtant, quæ cum lineis primò poſitis angulos cō tineāt æquales, vtrūque vtrique, in ſublimibus autem lineis quælibet ſumpta ſint puncta, & ab his ad plana in quibus conſiſtunt anguli primùm poſiti, ductæ ſint perpendiculares, ab earum verò punctis, quæ in planis ſignata fuerint, ad angulos primùm poſitos adiunctæ ſint rectæ lineæ, hæ cū ſublimibus æquales angulos com prehēdēt.



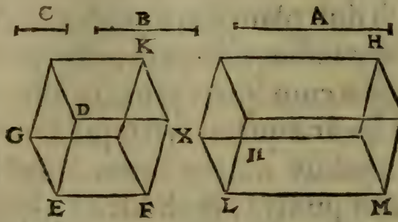
λς

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στε-

ρεὸν παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Theor.31.Propo.36.

Si rectæ tres lineæ ſint proportionales, quod ex his tribus fit ſolidum parallelis planis contentum, ęquale eſt deſcripto à media linea ſolido parallelis planis com prehenſo, quod æquilaterum quidē ſit, ſed antedicto æquiangulum.



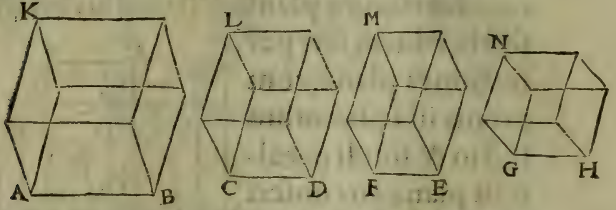
λζ

Ἐὰν τέσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα, ἀνάλογον ἔσται· καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor.32.Propo.37.

Si rectæ quatuor lineæ ſint proportionales, illa quoque ſolida parallelis planis contenta, quæ ab ipſis lineis & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, proportionalia e-

ſunt. Et ſi ſolida parallelis planis comprehenſa, quæ & ſimilia & ſimiliter deſcribuntur, ſint proportionalia, illę quoque rectę lineę proportionales erunt.

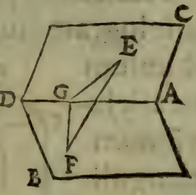


λη

Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Theor.33. Propo.38.

Si planum ad planum rectum ſit, & à quodam puncto eorum quæ in vno ſunt planorũ perpendicularis ad alterum ducta ſit, illa quę ducitur perpendicularis, in communem cadet planorum ſectionem.



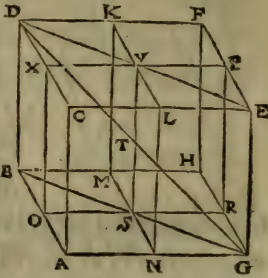
λθ

Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων

καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Theor. 34. Propo. 39.

Si in ſolido parallelis planis circũſcripto, aduerſorum planorũ lateribus bifariã ſectis, educta ſint per ſectiones plana, communis illa planorum ſectio & ſolidi parallelis plani circunſcripti diameter, ſe mutuò bifariam ſecant.

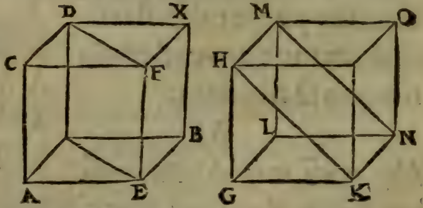


μ

Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Theor. 35. Propo. 40.

Si duo ſint æqualis altitudinis priſmata, quorum hoc quidem baſim habeat parallelogrammum, illud verò triangulum, ſit autem parallelogrãmum trianguli duplum, illa priſmata erunt æqualia.



Elementi vndecimi finis.

ἘΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΒ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΔΕΎΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DVODECIMVM, ET SOLIDORVM SECVNDVM.

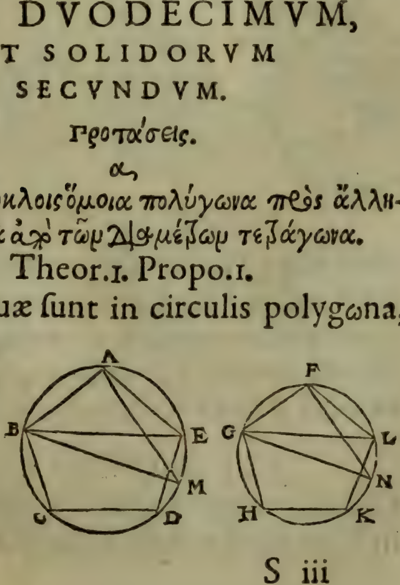
Προτάσεις.

α

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.1. Propo.1.

Similia, quæ ſunt in circulis polygωna, rationẽ habent inter ſe quã deſcripta à diametris quadrata.

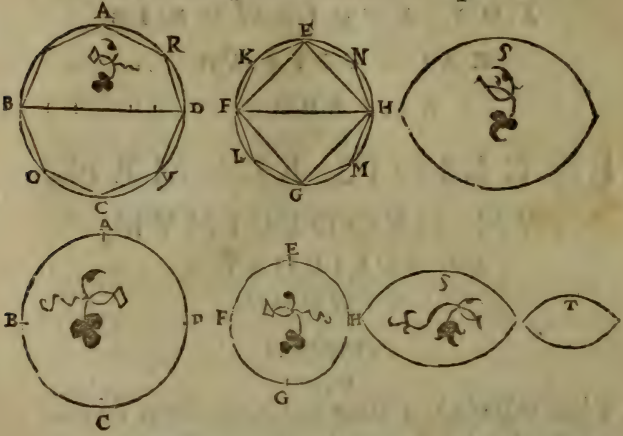


β

οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor.2.Propo.2.

Circuli eam inter ſe rationem habent, quam deſcripta à diametris quadrata.



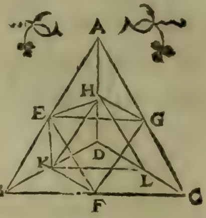
γ

Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται
εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις,
τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς
δύο πρίσματα ἴσα. καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζο
νά ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Theor.3.Propo.3.

Omnis pyramis trigωnam habens baſim, in duas diuiditur pyramidas non tantùm

æquales & ſimiles inter ſe,ſed toti etiam pyramidi ſimiles,quarum trigωnæ ſunt baſes, atque in duo priſmata æqualia, quæ duo priſmata dimidio pyramidis totius ſunt maiora.



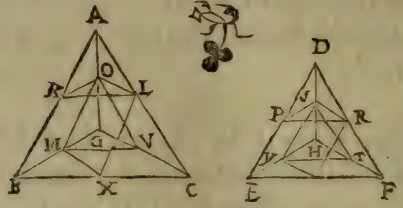
Δ

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν, οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si duæ eiuſdem altitudinis pyramides trigωnas habeant baſes,ſit autem illarum vtraque diuiſa & in duas pyramidas inter ſe æquales totique ſimiles, & in duo priſmata æqualia, ac eodẽ modo diuidatur vtraque pyramidum quæ ex ſuperiore diuiſione natæ ſunt, idque perpetuò fiat: quemadmodum ſe habet vnius pyrami-

dis baſis ad alterius pyramidis baſim, ita & omnia quę in vna pyramide priſmata, ad omnia quę in altera pyramide, priſmata multitudine æqualia,

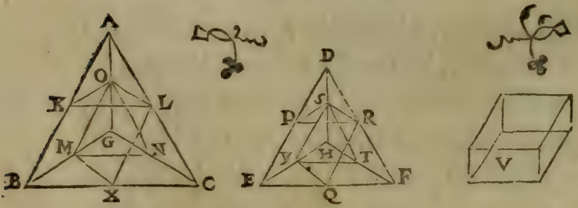


ε

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.5. Propo.5.

Pyramides eiuſdem altitudinis, quarum trigωnę ſunt baſes, eam inter ſe rationem habent quam ipſæ baſes.

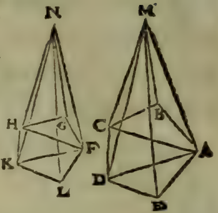


ς

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.6.Propo.6.

Pyramides eiuſdem altitudinis, quarum polygωnæ ſunt baſes, eam inter ſe rationem habẽt quam ipſæ baſes.

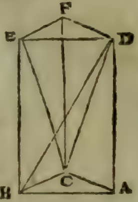


ζ

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Theor. 7.Propo. 7.

Omne priſma trigωnã habens baſim, diuiditur in tres pyramidas inter ſe æquales, quarum trigωnæ ſunt baſes.

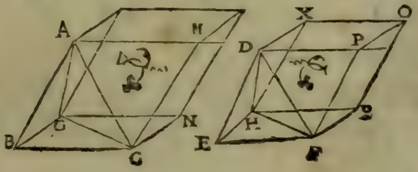


η

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 8. Propo. 8.

Similes pyramides quæ trigωnas habent baſes, in triplicata ſunt homologorũ laterum ratione.

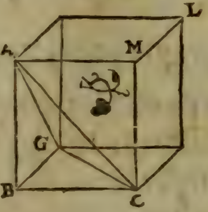


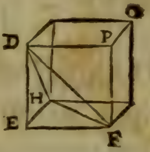
θ

Τῶν ἴσων πυραμίδων καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Theor.9.Propo.9.

Æqualium pyramidum & trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus. Et quarum pyramidum trigωnas baſes habentium reciprocantur baſes cum altitudinibus, illæ ſunt æquales.



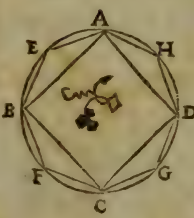


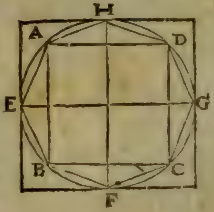
ι

Πᾶς κῶνος, κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Theor.10.Propo.10.

Omnis cωnus tertia pars eſt Cylindri eandē cū ipſo cωno baſim habentis, & altitudinē æqualem.



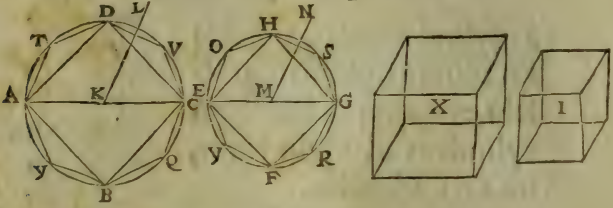


ια

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.11.Propo.11.

Cωni & cylindri eiuſdē altitudinis, eam inter ſe rationem habent quam baſes.



ιβ

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λό=
γῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Theor.12. Propo.12.

Similes cωni & cylindri, triplicatam habent inter ſe rationem diametrorum quę ſunt in baſibus.

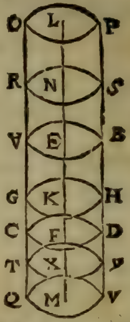


ιγ

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλιν=

δρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Theor. 13. Propoſit. 13.



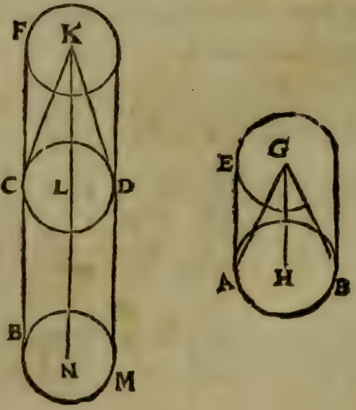
Si cylindrus plano ſectus ſit aduerſis planis parallelo, erit quemadmodum cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

ιδ

οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Theore. 14. Propo. 14.

Cωni & cylindri qui in æqualibus ſunt baſibus, eã habẽt inter ſe rationem, quam altitudines.

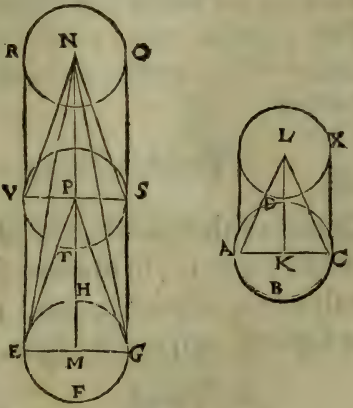


ιε

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Theor.15. Propo.15.

Æqualium cωnorum & cylindrorum baſes cũ altitudinibus reciprocãtur. Et quorum cωnorum & cylindrorũ baſes cum altitudinibus reciprocãtur, illi ſunt æquales.



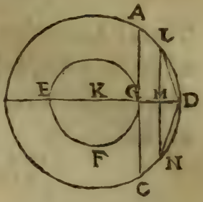
ις

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Probl.1.Propo.16.

Duobus circulis circum idem centrum

conſiſtentibus, in maiore circulo polygωnũ æqualium pariumque laterum inſcribere, quod minorem circulum nõ tangat.

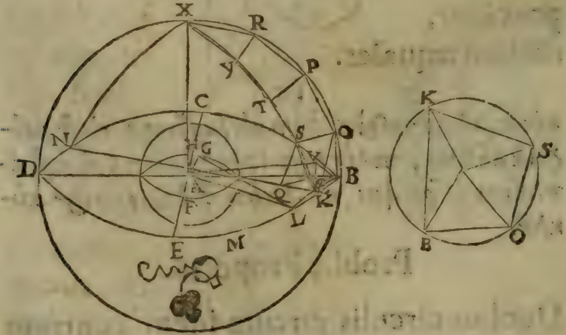


ιζ

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν, εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Probl.2.Propo.17.

Duabus ſphæris circum idem centrum conſiſtentibus, in maiore ſphæra ſolidũ polyedrũ inſcribere, quod minoris ſphæ ræ ſuperficiem non tangat.

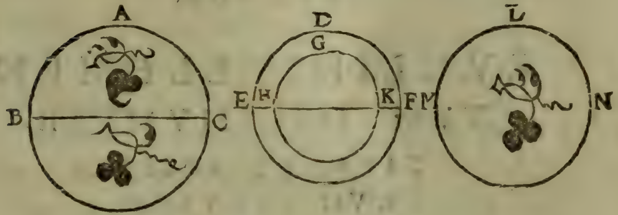


ιη

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Theor.16.Propo.18.

Sphæræ inter ſe rationem habẽt ſuarum diametrorum triplicatam.



Elementi duodecimi finis.

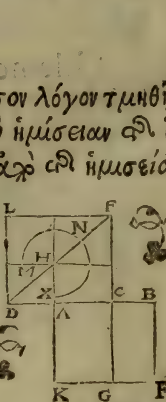
ΕΥ'ΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ
ΙΓ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν
ΤΡΙ'ΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM DECIMVMTER-
TIVM, ET SOLIDO-
RVM TERTIVM.

Προτάσεις.

α.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.



Theor.1.Propo.1.

Si recta linea per extremam & mediam rationẽ ſecta ſit, maius ſegmentũ quod totius lineæ dimidium

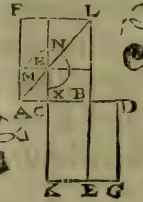
dium aſſumpſerit, quintuplum poteſt eius quadrati, quod à totius dimidia deſcribitur.

β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξαρχῆς εὐθείας.

Theor. 2. Prop. 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmenti quintuplum poſsit, & dupla ſegmẽti huius linea per extremam & mediã rationẽ ſecetur, maius ſegmẽtum reliqua pars eſt lineę primùm poſitæ.

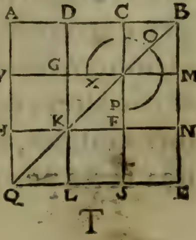


γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος, τετραγώνου.

Theor. 3. Prop. 3.

Si recta linea per extremã & mediam rationem ſecta ſit, minus ſegmentũ quod maioris ſegmenti dimidium aſſumpſerit,



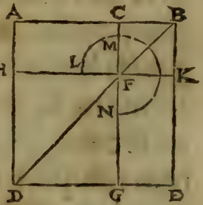
quintuplum poteſt eius, quod à maioris ſegmenti dimidio deſcribitur, quadrati.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea per extremam & mediam rationem ſecta ſit, quod à tota, quodq; à minore ſegmento ſimul vtraq; quadrata, tripla ſunt eius, quod à maiore ſegmẽto deſcribitur, quadrati.

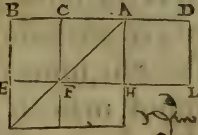


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

Theor. 5. Propoſi. 5.

Si ad rectam lineam, quæ per extremam & mediã rationem ſecetur, adiuncta ſit altera ſegmẽto maiori æqualis, tota hæc linea recta per extremam



& mediam rationem ſecta eſt, eſtque maius ſegmentum linea primùm poſita.

ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Theor.6.Propo.6.

Si recta linea ῥητὴ ſiue rationalis, per extremam & mediam rationem ſecta ſit, vtrunque ſegmentorum ἄλογος ſiue irrationalis eſt linea, quæ dicitur Reſiduum.

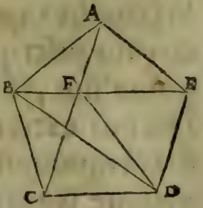


ζ

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Theor. 7. Propoſitio.7.

Si pentagωni æquilateri tres ſint æquales anguli, ſiue qui deinceps, ſiue qui non deinceps ſequũtur, illud pentagωnum erit æquiangulum.



η

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον

καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Theor.8.Propo.8.

Si pentagωni æquilateri & æquianguli duos qui deinceps ſequũtur angulos rectæ ſubtendant lineæ, illæ per extremam & mediam rationem ſe mutuo ſecant, earumq́ue maiora ſegmenta, ipſius pentagωni lateri ſunt æqualia.

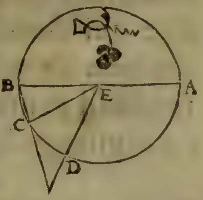


θ

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων, συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Theor.9.Propo.9.

Si latus hexagωni & latus decagωni eidẽ circulo inſcriptorum cõpoſita ſint, tota recta linea per extremã & mediam rationem ſecta eſt, eiuſque ſegmentum maius, eſt hexagωni latus.



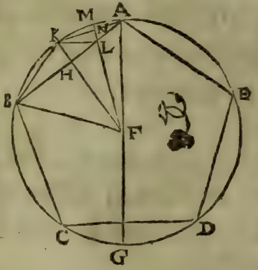
ι

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγρα-

φῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor.10.Propo.10.

Si circulo pentagωnum æquilaterũ inſcriptum ſit, pentagωni latus poteſt & latus hexagωni & latus decagωni, eidem circulo inſcriptorum.

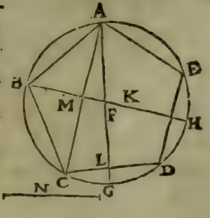


ια

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Theor.11.Propo.11.

Si in circulo ῥητὴν habente diametrum, inſcriptũ ſit pentagωnum æquilaterum, pentagωni latus irrationalis eſt linea, quæ vocatur Minor.



ιβ

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Theor.12. Propoſitio 12.

Si in circulo inſcriptum ſit triangulum æquilaterum, huius trianguli latus potentia triplum eſt eius lineæ, quæ ex circuli centro ducitur.

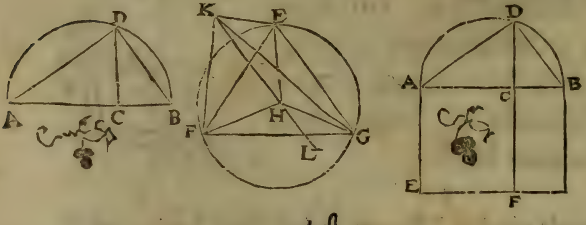


ιγ

Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Probl.1. Propo.13.

Pyramidem conſtituere, & data ſphæra cōplecti, atque docere illius ſphæræ diametrum potentia ſeſquialteram eſſe lateris ipſius pyramidis.



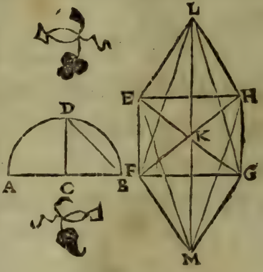
ιδ

Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας

διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Probl.2.Propo.14.

Octaëdrum conſtituere, eaque ſphæra qua pyramidem cõplecti, atque probare illius ſphæræ diametrum potentia duplam eſſe lateris ipſius octaëdri.

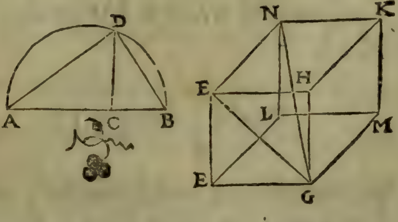


ιε

Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Probl.3.Propo.15.

Cubum conſtituere, eaque ſphęra qua & ſuperiores figuras cõplecti, atque docere illius ſphęrę diametrum potentia triplã eſſe lateris ipſius cubi.

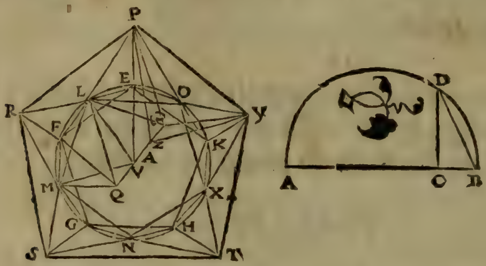


ις

Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστι, ἡ καλουμένη ἐλάτ-των.

Probl. 4. Propo. 16.

Icoſaêdrũ cõſtituere, eademque ſphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare, Icoſaëdri latus irrationalẽ eſſe lineam, quæ vocatur Minor.

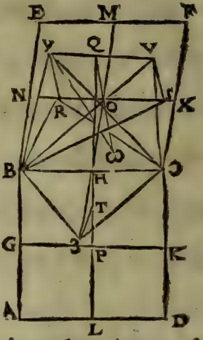


ιζ

Δωδεκάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Probl. 5. Propo. 17.

Dodecaëdrum conſtituere, eadémque ſphæra qua & antedictas figuras com-



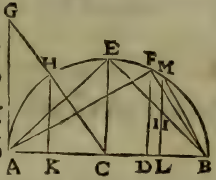
plecti, atque probare dω decaëdri latus irrationalem eſſe lineam, quæ vocatur Reſiduum.

ιη

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Probl.6.Propo.18.

Quinque figurarum latera proponere, & inter ſe cōparare.





ΣΧΟΛΙΟΝ.

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα ε̄ σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα, περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ μὲν γὰρ δύο τριγώνων, ἀλλ' οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπιπέδων στερεὰ γωνία οὐ συσταθήσεται.

ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώνων, ἡ τῆς πυραμίδος.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἡ τοῦ ὀκταέδρου.

ὑπὸ δὲ ε̄, ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου.

ὑπὸ δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων, οὐκ ἔσται στερεὰ γωνία. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνίας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδύνατον. ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία, ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐπιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται.

ὑπὸ δὲ τετραγώνων τριῶν, ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. ἔσονται γὰρ πάλιν τέσσαρες ὀρθαί.

ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν τριῶν, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου.

ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου πενταγώνου γωνίας ὀρθῆς καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων ὀρθῶν μείζους,

ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων σχημάτων περιεχεθήσεται στερεὰ γωνία, διὰ τὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ εἰρημένα ε σχήματα ἕτερον σχῆμα στερεὸν συσταθήσεται, ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

SCHOLIVM.

Aio verò, præter dictas quinque figuras non poſſe aliam conſtitui figuram ſolidam, quæ planis & æquilateris & æquiangulis contineatur, inter ſe æqualibus. Non enim ex duobus triangulis, ſed neque ex aliis duabus figuris ſolidus conſtituetur angulus.

Sed ex tribus triangulis, conſtat Pyramidis angulus.

Ex quatuor autem, Octaëdri.

Ex quinque verò, Icoſaëdri.

Nam ex triangulis ſex & æquilateris & æquiangulis ad idem punctum coeuntibus, non fiet angulus ſolidus. Cùm enim trianguli æquilateri angulus, recti vnius beſſem contineat, erunt eiuſmodi ſex anguli rectis quatuor æquales. Quod fieri nō poteſt. Nam ſolidus omnis angulus, minoribus quàm rectis quatuor angulis continetur, per 21. 11.

Ob eaſdem ſanè cauſas, neque ex pluribus quàm planis ſex eiuſmodi angulis ſolidus conſtat.

Sed ex tribus quadratis, Cubi angulus continetur.

Ex quinque, nullus poteſt. Rurſus enim recti quatuor erunt.

Ex tribus autem pentagωnis æquilateris & æquiangulis, Dωdecaedri angulus cõtinetur. Sed ex quatuor, nullus poteſt. Cùm enim pentagωni æquilateri angulus rectus ſit & quinta recti pars, erunt quatuor anguli rectis quatuor maiores. Quod fieri nequit. Nec ſanè ex aliis polygωnis figuris ſolidus angulus continebitur, quòd hinc quoque abſurdum ſequatur. Quamobrem perſpicuum eſt, præter dictas quinque figuras aliam figuram ſolidam nõ poſſe conſtitui, quæ ex planis æquilateris & æquiangulis contineatur.

Elementi decimitertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΔ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ΥΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε σωμάτων, πρῶτον.

Βασιλείδης ὁ τύριος, ὦ πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς ἀλεξάνδρειαν, καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν, συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε διελοῦντες τὸ ὑπὸ ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφέναι τὸν ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάραντες, ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον

περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ, καὶ περιέχοντι ἀπόδειξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ ὑποκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθην ἐπὶ τῇ προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται. τὸ δ' ὑφ' ἡμῶν δοκοῦν ὕστερον γεγραφέναι φιλοπόνως, ὅσα δοκεῖν, ὑπομνηματιζόμενος ἐκεῖνα προσφωνῆσαί σοι διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι, μάλιστα δ' ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν ἐμπείρως κρίνοντα τὰ ῥηθησόμενα, διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα συνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν, εὐμενῶς ἀκουομένῳ τῆς πραγματείας. καιρὸς δ' ἂν εἴη προοιμίου μὲν πεπαῦσθαι, τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVARTVM, VT QVIDAM ARBItrantur, vt alij verò, Hypſiclis Alexandrini, de quinque corporibus,

LIBER PRIMVS.

BAſilides Tyrius, Protarche, Alexandriam profectus, patrique noſtro ob diſciplinæ ſocietatem commendatus, longiſſimo peregrinationis tempore cum eo verſatus eſt. Cúmque diſſererent aliquando de ſcripta ab Apollonio cõparatione Dωdecaedri & Icoſaedri eidem ſphæræ inſcriptorum, quam hæc inter ſe habeant rationem, cenſuerunt ea non rectè tradidiſſe Apollonium: quæ à ſe emendata, vt de patre audire erat, literis prodiderunt. Ego autem poſtea incidi in alterum librum ab Apollonio editum, qui de-

monſtrationem accuratè complecteretur de re propoſita, ex eiuſque problematis indagatione magnam equidem cepi voluptatem. Illud certè ab omnibus perſpici poteſt, quod ſcripſit Apollonius, cùm ſit in omnium manibus. Quod autem diligenti, quantum coniicere licet, ſtudio nos poſtea ſcripſiſſe videmur, id monimentis conſignatum tibi nuncupandum duximus, vt qui feliciter cùm in omnibus diſciplinis tum vel maximè in Geometria verſatus, ſcitè ac prudenter iudices ea quæ dicturi ſumus: ob eam verò, quæ tibi cum patre fuit, vitæ conſuetudinem, quáque nos complecteris, beneuolentiam, tractationē ipſam libenter audias. Sed iam tempus eſt, vt proœmio modum facientes, hanc ſyntaxim aggrediamur.

Προτάσεις.

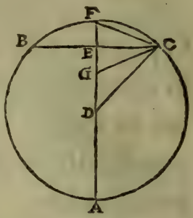
α.

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor.1. Propo.1.

Perpendicularis linea, quæ ex circuli cuiuſpiam

iuſpiam cẽtro in latus pentagωni ipſi circulo inſcripti ducitur, dimidia eſt vtriuſque ſimul lineæ, & eius quæ ex centro, & lateris decagωni in eodẽ circulo inſcripti.

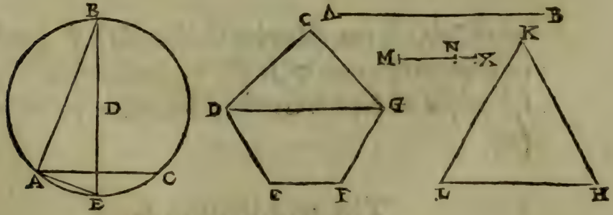


β

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Theor.2.Propo.2.

Idem circulus comprehendit & dωdecaëdri pentagωnum & icoſaëdri triangulum, eidem ſphæræ inſcriptorum.

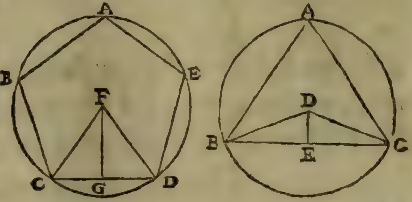


γ

Ἐὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Theor.3.Propo.3.

Si pentagωno & æquilatero & æquiangulo circunſcriptus ſit circulus, ex cuius cẽtro in vnũ pentagωni latus ducta ſit perpendicularis: quod vno laterum & perpendiculari trigeſies continetur, illud æquale eſt dωdecaëdri ſuperficiei.



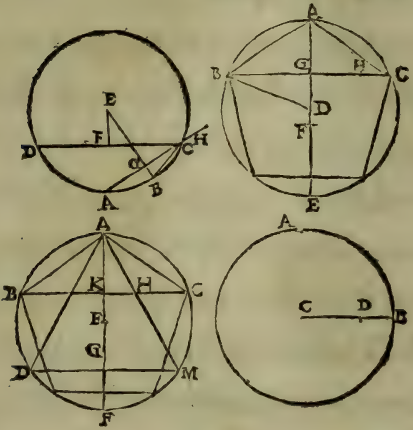
δ

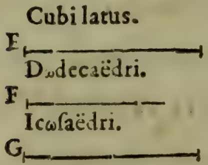
τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἔσται ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν.

Theor.4.Propo.4.

Hoc perſpicuum cùm ſit, probandum eſt, quemadmodũ ſe habet dωdecaëdri

ſuperficies ad icoſaëdri ſuperficiem, ita ſe habere cubi latus ad icoſaëdri latus.





ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δεικτέον δὴ νῦν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τοῦ εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι τε εἰσὶν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων πίπτουσιν. ὥστε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό τε τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον καὶ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, ἴσαι εἰσὶ, τουτέστιν αἱ κάθετοι. ἰσοϋψεῖς ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνα, καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα. αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον,

οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ δωδεκαέδρου
πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας,
πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ εἰκο-
σαέδρου τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας.
καὶ ὡς ἄρα δώδεκα πεντάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγω
να, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνων βά-
σεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βά-
σεις ἐχούσας. καὶ δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδε-
καέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν, εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκο
σαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέ
δρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν,
οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔ-
χουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐ-
χούσας. καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν πυραμίδες πενταγώ-
νους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου, εἴ-
κοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στε-
ρεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου
ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν
τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ὡς
δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφα-

νέαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευ
ρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. καὶ ὡς ἄρα ἡ
τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν,
οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰ-
κοσαέδρου.

SCHOLIVM.

Nunc autem probandum eſt, quemadmodum ſe habet cubi latus ad Icoſaëdri latus, ita ſe habere ſolidum dωdecaëdri ad Icoſaëdri ſolidum. Cũ enim æquales circuli comprehendant & dωdecaëdri pentagωnum & Icoſaëdri triangulum, eidem ſphæræ inſcriptorum: in ſphæris autem æquales circuli æquali interuallo diſtent à centro (ſiquidẽ perpẽdiculares à ſphæræ cẽtro ad circulorum plana ductæ & æquales ſunt, & ad circulorum centra cadunt) idcirco lineæ, hoc eſt perpendiculares quæ à ſphæræ centro ducuntur ad centrum circuli comprehendentis & triangulum Icoſaëdri & pẽtagωnum dωdecaëdri, ſunt æquales. Sunt igitur æqualis altitudinis Pyramides, quæ baſes habent ipſa dωdecaëdri pentagωna, & quæ, Icoſaëdri triangula. At æqualis altitudinis pyramides rationem inter ſe habent eam quam baſes, ex 5. & 6.11. Quemadmodum igitur pentagωnum ad triangulum, ita pyramis,

cuius baſis quidem eſt dωdecaëdri pẽtagωnum, ꝩertex autem, ſphæræ centrum, ad pyramida cu ius baſis quidem eſt Icoſaëdri triangulum, ꝩer tex autem, ſphæræ centrum. Quamobrem ꝩt ſe habent duodecim pentagωna ad ꝩiginti triãgu la, ita duodecim pyramides quorum pentagωnæ ſint baſes, ad ꝩiginti pyramidas, quæ trigωnas habeant baſes. At pẽtagωna duodecim ſunt dω-decaëdri ſuperficies, ꝩiginti autem triangula, Icoſaëdri. Eſt igitur ꝩt dωdecaëdri ſuperficies ad Icoſaëdri ſuperficiem, ita duodecim pyrami-des, quæ pentagωnas habeant baſes, ad ꝩiginti pyramidas, quarum trigωnæ ſunt baſes. Sunt au tem duodecim quidem pyramides, quæ pentagω nas habeant baſes, ſolidum dωdecaëdri: ꝩiginti autem pyramides, quæ trigωnas habeant baſes, Icoſaëdri ſolidum. Quare ex 11.5. *ꝩt dωdecaëdri ſuperficies ad Icoſaëdri ſuperficiem, ita ſolidum dωdecaëdri ad Icoſaëdri ſolidum. Vt autem dω-decaëdri ſuperficies ad Icoſaëdri ſuperficiẽ, ita probatum eſt cubi latus ad Icoſaëdri latus. Quẽ-admodum igitur cubi latus ad Icoſaëdri latus, ita ſe habet ſolidum dωdecaëdri ad Icoſaëdri ſolidum.*

Elementi decimiquarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΕ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΠΕΜΠΤΟΝ, ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ ὙΨΙ-ΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε σωμά-των, δεύτερον.

EVCLIDIS ELEMEN-

TVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVIN-tum, vt nonnulli putant: vt autem alii, Hypſi-clis Alexandrini de quinq; cor poribus,

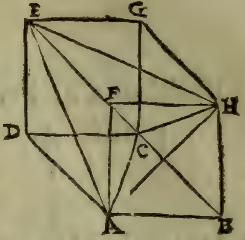
LIBER SECVNDVS.

προτάσεις.

α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον πυραμίδα ἐγγράψαι.

Problema 1. Propoſitio 1.

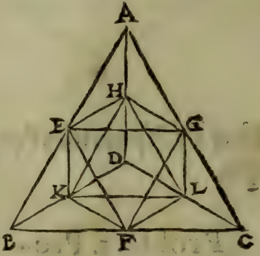


In dato cubo pyramida inſcribere.

β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 2. Propoſi. 2.

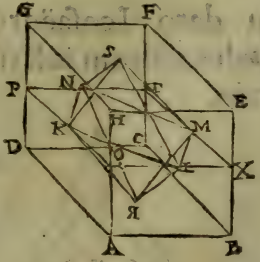


In data pyramide octaëdrum inſcribere.

γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

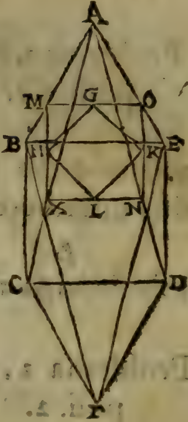
Probl. 3. Propoſi. 3.



In dato cubo octaëdrum inſcribere.

δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.



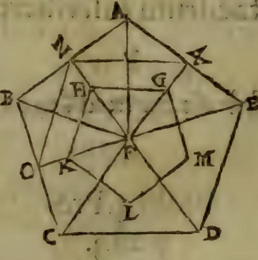
Ploblema 4. Propoſitio 4.

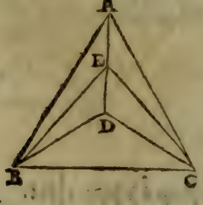
In dato octaëdro cubum inſcribere.

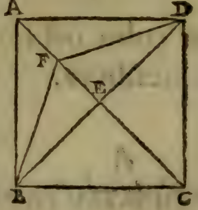
Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγρά-
ψαι.

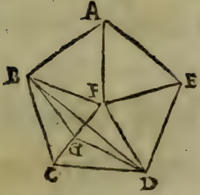
Proble. 5. Propoſi. 5.

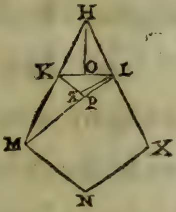
In dato Icoſaëdro dωdecaëdrum inſcribere.

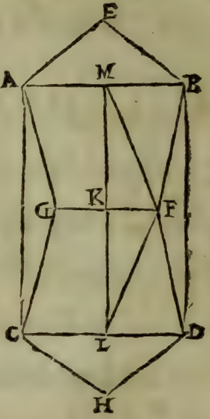







A
B
E
F
G
C
D


H
K
O
L
M
X
N


E
A
M
B
G
K
F
C
L
D
H

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ.

Δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν πόσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον, φήσομεν οὕτως. φανερὸν ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον, καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιέχεται. δεῖ οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, γίνεται δὲ ἑξήκοντα, ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντάγωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον, πάλιν δὲ ἕκαστον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε, γίνεται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦμεν; ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρὰ, κἄν τε ᾖ τριγώνου, ἢ πενταγώνου, ἢ τετραγώνου, ὡς ἐπὶ κύβου, ἐκ δευτέρου λαμβάνεται. ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ κύβου, καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος, καὶ τοῦ ὀκταέδρου τὰ αὐτὰ ποιήσας εὑρήσεις τὰς πλευράς. εἰ δὲ βουληθείης πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς γωνίας, πά

λιν τὰ αὐτὰ ποιήσας, μέριζε παρὰ τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερεοῦ, οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περιέχουσι ε̄ τρίγωνα, μέριζε παρὰ τὰ ε̄, γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, τρία πεντάγωνα περιέχουσι τὴν γωνίαν, μέρισον παρὰ τὰ τρία, καὶ ἕξεις κ̄ γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας.

Τέλος Εὐκλείδου στοιχείων.

SCHOLIVM.

Meminiſſe decet, ſi quis nos roget quot Icoſaedrum habeat latera, ita reſpondendum eſſe. Patet Icoſaedrum viginti contineri triangulis, quodlibet verò triangulum rectis tribus cōſtare lineis. Quare multiplicanda ſunt nobis viginti triangula in trianguli vnius latera, fiuntque ſexaginta, quorum dimidium eſt triginta. Ad eundem modum & in dωdecaedro. Cùm enim rurſus duodecim pentagωna dωdecaedrum comprehendant, itemque pentagωnum quoduis rectis

quinque cōſtet lineis,quinque duodecies multipli camus,fiunt ſexaginta , quorū rurſus dimidium eſt triginta.Sed cur dimidiū capimus? Quoniam vnumquodque latus ſiue ſit trianguli ſiue penta gωni,ſiue quadrati,vt in Cubo,iteratò ſumitur. Similiter autem eadem via & in cubo & in pyramide & in octaëdro latera inuenies . Quòd ſi item velis ſingularum quoque figurarum angulos reperire, facta eadem multiplicatione numerum procreatum partire in numerum planorum quæ vnum ſolidum angulum includunt: vt quonian triangula quinque vnum Icoſaedri angulum continent,partire 60.in quinque, naſcuntur duodecim anguli Icoſaëdri . In dωdecaëdro autem tria pentagωna angulum comprehēdunt. partire ergo 60 . in tria,& habebis dωdecaëdri angulos viginti . Atque ſimili ratione in reliquis figuris angulos reperies.

Finis Elementorum Euclidis.

NON POTVIT FIERI, CANDIDE Lector, quin errores aliquot recenti huic editioni obrepſerint propter varias in exemplari ſcripto lituras, quibus pleraque nobis immutanda fuerunt. Hos ergo ſtrictim notatos amicè & beneuolé corrigito.

Libro 1. *in definitio.* ε. *lege* ἐπιφάνεια. 8. *iacētiū.* θ. ὅταν. ιη. περιφερείας. λγ. πλευράς. 33. *inter ſe æqualia.* 35. *parallelæ rectæ.* In *poſtula.* β. πεπερασμένην. 2. *continuum.* In *propoſitio.* δ. ὑφ' ἃς αἱ. ζ. ἐπὶ τὰ. 8. *æqualibus.* κϛ. δυσὶ γωνίαις. λθ. μέρη, καὶ. μδ. παραβαλεῖν. 47. *continentibns deſcribuntur, quadratis.* Libro 2. *in definit.* β. χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἕν. *propo.* 5. εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας. ὀρθογώνιον. 6. *& adiecta, ſimul cum quadrato à.* Lib. 3. *propo.* γ. δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθάς. 8. *rectarum.* ις. μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα. Lib. 5. *defini.* ιε. λῆψις. 15. ἢ. *prop.* α. τοσαυταπλάσια ἔσται. 2. *tertia cū ſexta, quartæ.* 21. *ipſis æquales.* Lib. 6. *prop.* 5. *ſub quibus homologa.* ιε. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κε. εἰ. Lib. 7. *definit.* ιζ. πλευραὶ δὲ αὐτοῦ. *propo.* κα. τῶν τὸν αὐτὸν λόγον. κθ. ποιοῦσιν, οἱ. Lib. 9. *propo.* ιβ. ὑφ' ὅσων ἂν ὁ. λ. ἥμισυ αὐτοῦ. Lib. 11. *propo.* δ. δυσὶ εὐθείαις. λε. μετεώρων ληφθῇ. Lib. 13. *fol.* 119. *b. verſ.* 7. ἐξ τέτταρσιν. In *quibuſdam accentuum & diſtinctionum notulis quicquid peccatum fuerit, id facilè vel tacentibus nobis animaduerti poteſt.*


IN PINGVI GALLINA

8